O
GNOMONICE ANALITYCZNEY

przez

A. F.

W KRAKOWIE
w Drukarni M. Dziedzickiego.
1819.

PRZEDMOWA.

Napisaną przez **Berroyera**, *a zawartą w tomie trzecim astronomii* **Biota**, *teoryą zegarów słonecznych, zamierzyłem sobie w tém pismie wyłożyć ogólniey i zupełnie analitycznym sposobem. Aby zaś dziełko ile możności pożyteczném uczynić, z równań* **Berroyera** *wyciągnąłem inne daleko prostsze, które naprzód* **du Sejour** *w dziele* **Traité analytique des mouvemens apparens des corps célestes Tome I. p. 705.** *podał, a potém* **Puissant** *w xiążce* **Correspondance sur l'Ecole Polytechnique Tome II. p. 397.** *rozważał; i dołączyłem w §§. 15. wzory, na których się zasadza ułatwione przez* **Delambra** *wykreślenie liniy skazuiących godziny. Zagadnienia o kompasach rozwiązuią się łatwo uważaniem tróykątów kulistych, albo za pomocą samego tylko rysunku: pierwszy z tych sposobów, nie należących do zamiaru teraźnieyszego pisma, znaleźć można wyłożony dokładnie w wielkiem dziele astronomii* **Delambra**; *a drugi w Gnomonice rysunkowey* **Molleta**, *którey część nayważnieyszą Wincenty Karczewski na ięzyk polski przełożył.*

§ 1. *Gnomonika* podaie sposoby, któremi na powierzchni maiącéy położenie nayczęściéy nieruchome, rysuie się narzędzie astronomiczne, zwane *Kompasem.*

Zamiarem głównym téy nauki iest wyznaczenie godziny słoneczney; narzędzie więc, o którem mówimy, powinno każdego czasu wskazać oddalenie słońca od południka. Znaiomość tego oddalenia będzie dostateczna do wyznaczenia godziny, byleśmy przyięli, że słońce w pozornym biegu z iednostayną chyżością obiega codzień koło równoległe od równika: to przypuszczenie będzie zasadą teoryi, którey wykładem zaiąć się mamy.

Dla osiągnienia dopiero namienionego celu, pospolicie używa się cienia, rzuconego na przyległą powierzchnią od pręta walcowego, który zowiemy *Skazówką.* Środek słońca znayduie się zawsze na płaszczyznie, poprowadzonéy przez skazówkę i przez cień od skazówki rzucony. Jeżeli skazowkę ustawimy prostopadle do płaszczyzny równika; przez wzgląd na małość ziemi w porównaniu z odległością słońca, można przypuścić, że skazòwka tak ustawiona, z osią obrotu dziennego w iednę liniią się schodzi. W tém przypuszczeniu, płaszczyzna przesunięta przez środek słońca i przez cień skazówki, stanie się płaszczyzną godzinną, która wraz z słońcem, w obrocie dziennym kuli nieba, wkoło skazówki kręcić się będzie. Gdybyśmy mogli przewidzieć i wykreślić linie, w których płaszczyzna kręcąca się przecina powierzchnią, na którey Kompas rysować chcemy; zadanie o wyznaczeniu godziny byłoby rozwiązane: iakoż raz nakreślone przecięcia, gdy właściwie są cieniem samym, codzień o tych samych godzinach tymże cieniem pokryć się muszą; codzień albowiem słońce powróci o iednym czasie do tey saméy płaszczyzny godzinnéy.

Kierunek cieniów rzuconych od skazówki nie będzie w niczém naruszony przez odmianę zboczenia słońca: iest to skutkiem położenia skazówki tak obranego, że za część osi świata wziętą bydź może: wszelka inna kierowność skazówki nie byłaby zdolną o tych samych godzinach, codzień na te same ślady cień cały sprowadzić. Lecz, ponieważ każdy punkt cienia rzuczony na powierzchnią od pewnego punktu skazówki, znayduie się zawsze na przedłużeniu linii prostéy, łączącéy ten ostatni punkt ze środkiem słońca; widoczną iest rzeczą, że długość cienia na każdym śladzie

płaszczy-

płaszczyzny godzinnéy nie może nie zależeć od pochyłości promieni słonecznych do skazówki, a tém samém od zboczenia słońca. Przeto długość cienia, gdybyśmy ią na każdy czas wyznaczyć zdołali, mogłaby nam zboczenie słońca, a następnie i porę roku wskazywać. Owoż wyznaczenie długości cienia, i zakreślenie drogi, którą koniec iego w dniu danym, przez całe trwanie oświecenia powierzchni, na niey przebiega, będą ieszcze naszéy Gnomoniki przedmiotem.

§ 2. Należy teraz zastanowić się nad dokładnością, z iaką Kompas godzinę słoneczną wyznaczyć nam może. Naprzód wykonanie praktyczne tego narzędzia, od rysunku zawisłe, nie każe spodziewać się ścisłości astronomiczněy, ale tylko przybliżenia dostatecznego do rozmiaru czasu w towarzyskim porządku. Wszakże pominąwszy błędy mogące się popełnić w składaniu Kompasu i niedokładność *danych*, ktòre w rachunek iego wchodzą; teorya o ktòréy w dalszym ciągu mówić będziemy, nie odstępuie w niczém od iemetryczněy ścisłości: a tak inne błędy mogą tylko bydź skutkiem przypuszczeń, za podstawę teoryi użytych, w których przyymuie się 1. Doskonała iednostayność pozornego biegu słońca; 2. Że taż gwiazda w biegu rzeczonym przez cały dzień òdbywa drogę swoię po rownóległém od równika kole. Podług tych przypuszczeń, kompas urządza się do odbierania cieniów rzuconych od słońca, któreby, zaczynaiąc i kończąc swóy obieg wraz z słońcem prawdziwém, w całéy połowie dnia każdego, na równoleźnikach łuki równe w równych czasach opisywało. We wszystkich położeniach, w których ta uroiona gwiazda nie schodzi się z słońcem prawdziwém, obserwacya kompasem robiona, koniecznie niedokładną bydź musi; i ten błąd iest nieuchronny; bo oddalenie słońca prawdziwego, od słońca iakie tu przypuszczamy, wielkość swoię codzień odmienia, a wielkości tak odmiennych, na powierzchni kompasu maiącéy kształt i położenie stateczne, ani wskazać ani poprawić nie można.

Trwanie obiegów dziennych prawdziwego słońca, albo przeciąg, w którym cień opisałby wkoło skazówki 360°, gdyby słońce pod poziom nie zapadało; wynosi w roku naywięcéy 24god 0' 30", a naymniey 23god 59' 40" czasu średniego. Różnica ta, iuż bardzo mała w dwóch granicach sobie przeciwnych, między dwóma obiegami bezpośrednio po sobie następuiącemi, tylko do kilku dziesiętnych sekundy dochodzi. Ponieważ więc każde dwa obiegi dzienne, które po sobie następuią, są prawie równego trwania; można stąd wnosić, że słońce iednego dnia łuki równe w czasach prawie

wie równych przebiega. Zaczém czas, który łoży płaszczyzna godzinna na opisanie wkoło skazówki łuku $\frac{360}{24}$ albo 15°, będzie mógł wystawiać nam godzinę słoneczną; byleśmy przez ten wyraz nie rozumieli trwania stałego w roku całym, ale tylko dwudziestą czwartą część długości dnia słonecznego prawdziwego, do którego godzina rzeczona należy.

Widzieliśmy dopiero, że nierówności istotne biegu słońca, bardzo mało psuią równość godzin wymierzanych kompasem. Ale są ieszcze nierówności pozorne, które pochodzą od refrakcyi i parallaxy: ich niestateczne działanie wpływa na nierówność godzin, i długość cienia narusza. Nie podobna iest złożyć kompas w ten sposób, aby od wpływu tak bardzo zmiennego dwóch wspomnionych przyczyn nie zawisł; wypadłoby zatém, zdziałane od nich przeniesienia pozorne słońca na południki i równoleżniki różne od tych, w których rzeczywiście przebywa, przy każdey obserwacyi rachować. Dla małéy dokładności tychże obserwacyy, powyższe poprawki w Gnomonice uważać, na nicby się nie zdało: dosyć będzie zważyć, iż wpływ refrakcyi i parallaxy zawsze nie znaczny, maleiąc w miarę zbliżania się słońca do południka mieyscowego, bardzo mało narusza iednostayność nayblizszych południa godzin, a w niczém momentu samego południa: właśnie też o tych godzinach kompasu naywięcéy używać się zwykło.

Nakoniec przypuszczenie, iakoby słońce przez cały dzień opisywało koło równoległe od równika, i codzień od niego o tyle mniey lub więcéy oddalone, ile tablicé słoneczne na posunięcie się słońca w zboczeniu, na każdy dzień dla południa podaią, nie iest dokładném wystawieniem pozornego biegu tey gwiazdy. Bieg rzeczony można wiernie wystawić tylko przez drogę odbywaną po linii wężokrętnéy (iak grzbiet gwintów szruby o nierównych krokach), obwiniętey na powierzchni pasa kulistego. Jeżeli iednak same łuki, od chwili południa rozciągaiące się miernie po iednéy i po drugiey stronie południka, szczególniéy uważać będziemy; różnice ich krzywizny, od krzywizny okręgu koła będą tak małe, iż w naszych obserwacyach spostrzedz się nie dadzą. Co do różnicy zboczenia, iaka zachodzić może między dwóma końcami łuków rzeczonych, w godzinach bliższych wieczora i rana: wzory służące do rachowania długości cieniów, pozwolą mieć wzgląd na takową odmianę. Mimo tego w dalszym ciągu naszym ta odmiana zawsze zaniedbywać się będzie; w łukach bowiem, które nam uważać potrzeba, iest zawsze nieznaczną; gdyż zboczenie słońca, nawet około porównań dnia z nocą, kiedy bieg w zboczeniu naychyższym się staie, przez godzinę więcéy nad iednę

mi

minutę łuku odmienić się nie może. Na tém kończąc wstępne uwagi z małą odmianą z Gnomoniki P. Berroyer wyięte, przystąpiemy do przygotowań, ktòre przed zaczęciem kreślenia kompasu poczynić należy.

§ 3. Kierunek linii południowéy, szerokość ieograficzna mieysca i położenie na temże mieyscu powierzchni kompasu są to *dane*, które w składaniu kompasu znać koniecznie musimy. Komu na dokładnych narzędziach do mierzenia łuków i czasu nie schodzi, temu Astronomiia podaie sposoby wyznaczenia zwłaszcza dwóch pierwszych rzeczy z należytą ścisłością: tu wskazać tylko wypada, iak one w braku wspomnionych narzędzi, z przybliżeniem dostateczném dla naszego zamiaru, wynalezione bydź mogą.

A naprzód dla nakreślenia linii południowéy poziomey, weź tablicę powierzchni doskonale płaskiéy, i w mieyscu przystępném słońcu, ustaw poziomo. Na ustawionéy w ten sposób tablicy obierz do upodobania punkt ieden, i z niego iako ze środka zatocz kilka okręgów kół, któreby w wielkości od siebie nie wiele się różniły. W wspólny kòł narysowanych środek wbiy prostopadle do płaszczyzny tablicy pręcik prosty z metallu. Przed południem, skoro cień pręcika oświeconego od słońca, koleyno coraz mnieyszych okręgòw ostatecznym końcem dotykać się zacznie, takowe punkta dotknięcia się na każdym okręgu starannie naznaczysz. Toż samo zrobisz po południu, kiedy cień pręcika przedłużaiąc się, dotykać się będzie powtórnie każdego z nakreślonych okręgòw. Jeźli potem łuk każdego okręgu, zawarty między dwóma punktami, rano i w wieczór na nim wyznaczonemi, na połowę podzielisz; linia prosta, przez wszystkie punkta środkowe łuków i przez punkt wbicia pręcika poprowadzona, będzie południową żądaną.

Dla przycienia nie można wyznaczyć z pewnością tego punktu, w którym cień na tablicy się kończy. Przeto zamiast pręcika lepiey będzie użyć blaszki do poziomu iakokolwiek nachylonéy: przebita w niéy maleńka okrągła dziurka, przepuszcza przez siebie obraz słońca, a środek tego obrazu na tablicę rzucony, znaczy na niéy z większą dokładnością te punkta, na którychby koniec cienia potrzeba było uważać. W tym razie ze środka dziurki w blaszce spuszcza się liniia pionowa, która na tablicy wyznaczy punkt, z którego iako ze środka, koła nakreślić się powinny. Pręcik, na którym osadza się blaszka, może bydź iakiegokolwiek kierunku. Narzędzie, o którém mowimy, nazywa się Gnomonem; od niego sztukę rysowania zegarów słonecznych gnomoniką nazwano

no. Co do mieysca, na którém powyższe obserwacye robione bydź powinny, obierzmy ile możności mieysce bliskie powierzchni, na któréy kompas rysować będziemy.

§ 4. Długość cienia zmierzona w momencie południa, to iest w ten czas, kiedy cień pręcika pionowego, z południową dopiero narysowaną cały się zbiega, może dadź szerokość mieysca do prawdziwéy dostatecznie zbliżoną. Dobrze będzie użyć do téy obserwacyi gnomonu (Fig. 2), którego blaszka iest pozioma, a liniia pionowa, spuszczona ze środka okrągłey i maleńkiey dziurki B téy blaszki, trafia na punkt iakikolwiek C południowéy poziomey mm'. W momencie południa naznaczywszy środek O obrazu słońca, dziurką B na ieden punkt linii mm' rzucony; na podziałce dokładney (iaką np. iest liniia długości iednego metra na 5000 części rownych podzielona) wymierzy się długość pionowéy CB, między południową i środkiem dziurki zawarta, a potém część południowéy od punktu C aż do środka O obrazu słońca. Stosunek $\frac{CO}{CB}$ da styczną kąta ZBS, który iest odległością środka słońca od zenitu. Jeżeli w momencie obserwacyi zboczenie słońca iest północne, trzeba ie dodać do kąta ZBS; ieżeli iest południowe, trzeba ie odciągnąć od kąta ZBS: w pierwszym przypadku summa, w drugim różnica wypadła, będzie odległością zenitu od równika, czyli szerokością ieograficzną mieysca. Nie znaiąc różnicy długości między południkiem mieysca obserwacyi i południkiem, dla którego rocznik astronomiczny wyrachowany, nie można wiedzieć dokładnie, iakie zboczenie słońca odpowiada momentowi obserwacyi cienia. Dla tego, pominąwszy niedokładność popełnioną w mierzeniu liniy CO i CB, tudzież cały wpływ refrakcyi parallaxą zmnieyszonéy, obserwacye będą naypewnieysze w przesileniach, kiedy zboczenie słońca równe pochyłości ekliptyki na równik mało co się zmienia. Dla otrzymania szerokości potrzebnéy do poprawki, o któréy w przypisku do § 3. mówimy, wypada użyć linii południowéy pierwszém przybliżeniem, to iest podług poprzedzaiącego § narysowanéy; a po wynalezieniu dokładnego téy linii kierunku, zaiąć się powtórną obserwacyą cienia południowego.

§ 5. Rodzay powierzchni, na któréy kompas rysować chcemy, może bydź wieloraki: zamierzywszy sobie rzecz o Gnomonice płaskiéy, o samych tylko powierzchniach płaskich mówić będziemy. Wyznaczymy więc naprzód ślad, w którym wyznaczony wyżéy południk przecina płaszczyznę kompasu, a potém i położenie téy ostatniéy płaszczyzny. Pierwsze łatwo się uskuteczni,

gdy

gdy z drążka (Fig 3) wspartego na dwóch podporach, spuścimy na linią południową mm' poziomey tablicy dwie nici nm, n'm' z ciężarkami w końcach. Jeżeli tablica iest podniesiona nad ziemię, nici otworami m i m' przechodzić, i ciężarki w wodę zanurzyć się mogą: przez to i nici wahać się nie będą, i oko dokładniey postrzeże, czyli nici pionowe są na iedney płaszczyznie z linią mm'. Stanąwszy potém wśród podpór, widziemy liniią MM', w którey płaszczyzna nitek i południowey mm' czyli południk, przecina płaszczyznę LK Kompasu. Narysowana liniia MM' będzie południową kompasu albo liniią godziny dwunastey na kompasie, który na płaszczyznie LK iakiegokolwiek położenia mamy rysować. Część płaszczyzny kompasowey, leżącą na stronie wschodniey względem południka na linii MM' wystawionego, częścią wschodnią; a część leżącą na zachód względem tegoż południka, częścią zachodnią nazwiemy.

Położenie płaszczyzny kompasu będzie oznaczone, skoro będziemy znali: 1. Położenie śladu południowego MM' 2. Wielkość zboczenia teyże płaszczyzny. Położenie śladu południowego MM' wyznaczymy, szukaiąc kąta BFD, który robi ślad MM' z liniią wierzchołkową FZ. Dla wynalezienia tego kąta, w punkcie D gdziekolwiek na południowey obranym, utwierdza się pręcik metallowy DB upodobaney ale dobrze wymierzoney długości tak, aby był prostopadły do południowey MM' i znaydował się cały na płaszczyznie południka: co za pomocą węgielnicy i nici pionowych nm, n'm' łatwo uskutecznić się może. Jeżli DB należycie ustawione zostało, z wierzchołka B spuszczony pion z ciężarkiem zaostrzonym, padnie zawsze na ieden punkt linii MM', iak tu na punkt F. Przeniosłszy DF na podziałkę, dowiemy się o iego długości, a stosunek $\frac{DB}{DF}$ da styczną kąta ostrego DFB, zawartego między śladem południowym MM' i liniią wierzchołkową FZ. Dopiero wymierzony kąt DFB nazywać będziemy *b*.

Szukaymy teraz kąta, pod którym część wschodnia płaszczyzny kompasu nachyla się do takieyże części płaszczyzny, na śladzie południowym MM' prostopadle do południka stoiącey; ten bowiem kąt zowiemy zboczeniem płaszczyzny kompasu, i w dalszym ciągu głoską *a* znaczymy. Aby kąt *a* wynaleźć, trzeba na płaszczyznie kompasu poprowadzić liniią rr' prostopadłą do południowey DM' i odciąć na niey Dr = Dr' upodobaney długości; trzy boki każdego z tróykątów BDr, BDr' wymierzyć, i w obu tróykątach kąty przyległe przy punkcie D przez rachunek wyznaczyć. Summa wyrachowanych kątów zawsze

powin-

powinna uczynić 180°; co posłuży za próbę dobroci wymiaru boków i samego rachunku. Jeżeli te kąty są oba proste; płaszczyzna kompasu będzie prostopadłą do południka: ieżeli nie są proste; ieden z nich będzie większy, a drugi mnieyszy od kąta prostego liczbą stopni i minut równą zboczeniu *a*.

§ 6. Po wyznaczeniu położenia płaszczyzny, wypada zaprzątnąć się osadzeniem skazówki. Aby nic nie pożyczać od teoryi w dalszym ciągu wyłożonéy, wypiszemy tymczasem następuiący sposób. W punkcie C, obranym na południowéy w tém mieyscu, gdzie koniec skazówki w ścianę utkwiony mieć chcemy, utwierdzmy węgielnicę BRC z drzewa twardego, tey samey grubości co pręt przeznaczony na skazówkę, tak, iżby ta węgielnica leżała zupełnie na płaszczyznie południka, a ramię iey RC miało położenie poziome: co łatwo uskutecznić można za pomocą nitek nm, n′m′ i nici z ciężarkiem spuszczonéy wzdłuż ramienia RB. Jeżeli wierzchołek skazówki nie do bieguna południowego, iak w obecnéy figurze, ale do północnego obrócić wypadnie; węgielnicę ramieniem RB w punkcie B utwierdzić należy. Utwierdzona węgielnica, będąc przeznaczoną do utrzymowania skazówki w przyzwoitém położeniu, podczas gdy tę skazówkę osadzać będziemy; w połowie szerokości wewnętrznych ścianek swych ramion, powinna mieć dwie dziurki bardzo płytkie C i B, w któreby dwa końce skazówki wstawione bydź mogły. Aby punkta C i B wyznaczyć, uważmy, że w troykącie BRC, gdzie ramię RC iest poziome, kąt RCB iest równy szerokości ieograficznéy mieysca. Więc wziąwszy długość skazówki BC do upodobania, i nazwawszy szerokość *l*, mamy: $RB = BC \text{ wst } l$, $RC = BC \text{ dos } l$. W wyznaczone tym sposobem dziurki B i C wstawiona skazówka BC będzie równoległą osi świata, i bez poruszenia żadnego, będzie ią można w otworze przygotowanym O stale osadzić. Poczém ramię RC nie potrzebnéy iuż węgielnicy piłką się odetnie.

Jeżeli nam nie schodzi na potrzebnych narzędziach, cała gnomonika skończy się na dokładném ustawieniu skazówki: kierunki bowiem liniy cieniowych, które główną materyią dalszego ciągu składaią, za pomocą chronometru, którego bieg dobrze znamy, można w każdym momencie przez tenże chronometr wskazanym, na iakiey bądź powierzchni równie łatwo iak dokładnie naznaczyć. W niedostatku chronometru musimy chwycić się innych sposobów, które gnomonika wskazuie.

§ 7. Niech CP (fig 4) wyobraża nam część skazówki. Ponieważ skazówkę bierzemy za część osi świata; punkt C gdziekolwiek na skazówce obra

ny

ny, możemy wziąć za środek ziemi, która w tym razie za punkt się uważa; a punt C będzie oraz środkiem niebieskiéy sfery. Płaszczyzna poprowadzona przez punkt C prostopadle do skazówki, będzie równikiem: przez oś C P i przez środek słońca, w różnych iego położeniach S, S', S'' na równoleżniku, przesunięte południki, będą iak wiemy, płaszczyznami godzinnemi, na przecięcia się których z płaszczyzną kompasu padaią cienie rzucane od skazówki o różnych godzinach. Te cienie nazwiemy *liniiami godzinnemi*. W tym samym czasie, kiedy słońce w pozornym swoim biegu równoleżnik nakreśla, promień światła iego, który przechodzi po nad samym wierzchołkiem P skazówki, i cień teyże na płaszczyznie kompasu zakończa, kręcąc się około punktu P, tworzy ostrokrąg prosty, którego osią iest skazówka, a wierzchołkiem iest punkt P. Przecięcie się tego ostrokrąga z płaszczyzną kompasu, iest tą linią, na któréy cień od skazówki na płaszczyznę rzucony, w dniu całym się kończy, a która dla tego *krzywą dzienną* nazwana bydź może. Zaczém rysunek godzinowych i dziennych liniy, uważany pod względem ieometrycznym, wychodzi na rozwiązanie następuiącego zadania: Dana iest pewna liczba płaszczyzn, które przez iednę linią przechodzą, i ostrokrąg tę linią za oś maiący: trzeba ich przecięcie od płaszczyzny położenia znanego, na teyże płaszczyznie wyznaczyć. Aby to pytanie za pomocą Jeometryi analityczney rozwiązać; trzeba płaszczyznę godzinną i ostrokrąg przez równania ogólne wyrazić, utworzyć podobne równanie płaszczyzny kompasu, i każde z dwóch pierwszych równań z ostatniém połączyć.

§ 8. Odnieśmy punkta przestrzeni do trzech wzaiemnie do siebie prostopadłych płaszczyzn: niech C będzie punktem wspólnego ich przecięcia się, a zatém i początkiem, od którego współrzędne wychodzić maią. Skazówka kompasu nieograniczenie przedłużona czyli oś świata niech będzie osią z rachowaną dodatnie od punktu C do bieguna północnego: ślad CXII. od południka mieyscowego na równiku zrobiony, weźmiemy za oś x, biorąc ią dodatnie od C do XII punktu nayniższego na równiku, czyli w tę stronę, w którą skazówka rzuca cień na równik w momencie południa; liniia C Y poprowadzona na równiku prostopadle do płaszczyzny dwóch pierwszych osi, będzie osią y, którey część od C do Y na wschód pociągnioną, za dodatną uważać będziemy. Równik, iak widziemy, iest płaszczyzną współrzędnych x y; południk płaszczyzną x z; a płaszczyzna y z iest prostopadłą do dwóch pierwszych płaszczyzn.

Wszystkie

Wszystkie płaszczyzny godzinne, przechodząc przez oś z, są prostopadłe do płaszczyzny $x\ y$; przeto kąty, pod iakiemi te płaszczyzny godzinne są do siebie wzaiemnie i do południka nachylone, równaią się kątom, które ich ślady na płaszczyznie $x\ y$ z sobą i z osią x robią. Jeżeli więc kąt godzinny między którymkolwiek śladem i liniią 12téy godziny czyli osią dodatnych x zawarty, nazwiemy E, równanie

$$y = x \text{ sty } E \qquad (A)$$

iako wyrażenie śladu na płaszczyznie $x\ y$ przez początek przechodzącego, będzie oraz równaniem płaszczyzny godzinnéy. Współrzędne y i x odmieniaią się w wielkości, biorąc rożne punkta na tym samym śladzie; kąt zaś E odmienia się, skoro od iednego do drugiego śladu przeyśdź chcemy. Tenże kąt E rachuie się dodatnie dla godzin wieczornych, od osi dodatnych x w stronę osi dodatnych y idąc ku wschodowi; odiemnie zaś dla godzin rannych, od tey saméy osi dodatnych x w stronę osi odiemnych y ku zachodowi.

Ponieważ oś ostrokręga prostego, o ktòrym się w § 7 mówiło, zbiega się cała z osią z, a iego liniie twòrcze nachylaią się do osi pod kątem równym dopełnieniu zboczenia słońca: ieżeli więc długość upodobaną skazòwki C P oznaczymy przez p, zboczenie zaś słońca nazwiemy d; ostrokręg rzeczony, odniesiony do współrzędnych x, y, z, wyrazi się przez następuiące równanie

$$(z-p)^2 \text{ dot}^2 d = x^2 + y^2 \qquad (B)\ *$$

w ktòrém d bierze się dodatnie dla zboczeń słońca po iednéy stronie ròwnika, odiemnie dla zboczeń po drugiéy; zkąd powstaią dwie zupełnie sobie równe powłoki powierzchni ostrokręgowéy, należące do dwóch dni, od porównania wiosiennego lub iesiennego równo oddalonych.

Współrzędne, do których równania powyższe odniesione zostały, nazwiemy *ròwnikowemi.*

§ 9. Dla podciągnienia wszystkich szczegołów pod iedno rozwiązanie, wystawmy sobie, że płaszczyzna P′P (*fig.* 6), która iest ta sama co płaszczyzna nitek n m i n′ m′ na figurze trzeciéy, nie mieści w sobie skazówki, lecz że taż płaszczyzna P′P stoi w pewnèm oddaleniu ròwnolegle od płaszczyzny współrzędnych $x\ z$, na którèy się skazówka znayduie.

Zosta-

* Traité élémentaire de Trigonométrie rectiligne et sphérique et d'application de l'Algèbre à la Géométrie p. Lacroix § 191. pag. 290.

Zostawiwszy przy nazwisku śladu południowego liniią M'M, w któréy płaszczyzna P'P przecina ścianę kompasu LK, chociaż w tém przypuszczeniu rzeczona liniia nie odbierze cienia od skazówki w południe: przez punkt C', w którym płaszczyzna $x\,y$ czyli równik liniią M'M przecina, prowadźmy poziom hh', i nazwiymy śladem poziomym liniią C'H, którą płaszczyzna kompasu na poziomie rysuie. Z punktu C', w którym dwa wspomnione ślady przecinaią się z sobą, iako z początku, wyprowadźmy trzy osi współrzędne takie, aby każda z nich była równoległą do osi odpowiadaiącéy sobie na figurze czwartéy. Dwie z tych nowych osi C'$z_{,}$ i C'$x_{,}$ będą leżały na płaszczyznie P'P, trzecia C'$y_{,}$ będzie przecięciem się równika z poziomem hh'. Kierunek dodatny osi pierwszéy C'$z_{,}$ idzie do bieguna północnego, drugiéy C'$x_{,}$ zstępuie na dół po równiku, trzeciéy C'$y_{,}$ do punktu wschodu zrównonocnego na poziomie wychodzi. Oznaczmy przez $x_{,}$, $y_{,}$, $z_{,}$ współrzędne odniesione do nowo obranych osi, które z początku C' wychodzą: ieżeli c wyraża odcinek, a c' wyraża przystawę początku nowego C' względem początku dawnego C; otrzymamy dla każdego punktu

$$x = x_{,} + c \quad , \qquad y = y_{,} + c' \quad , \qquad z = z_{,} \; .$$

Jeżeli trzy osi, dopiero z początku C' wyprowadzone, odmieniemy w ten sposób, aby płaszczyzna kompasu stała się iedną z płaszczyzn współrzędnych, i do odmienionych osi odniesiemy równania (A) i (B); dosyć będzie w ten czas współrzędną trzecią do płaszczyzny kompasu prostopadłą, w tych równaniach położyć równą zero, aby przecięcia otrzymać. Przedłużenie C'N linii wierzchołkowéy, z początku C' do nadir idące, i część C'M śladu południowego naybliższą linii C'N za dodatne przyymuiąc, rachuiemy kąt b od linii C'N aż do śladu C'M, dodatnie od C'N w stronę południa, odiemnie od C'N na północ. Znacząc podobnie szerokość ieograficzną mieysca, północną przez l dodatne, południową przez l odiemne; l będzie wyrażało kąt $x_{,}$ C'N między osią dodatnych $x_{,}$ i liniią z początku C' do nadir pociągnioną, zawarty, i trzeba go będzie rachować od osi dodatnych $x_{,}$, dodatnie i odiemnie w tych samych kierunkach co kąt b. Kąty l i b leżą oba na płaszczyznie P'P, i nadaiąc im znaki dodatny i odiemny według namienionych prawideł, summa $(l+b)$, którą dla skrócenia nazwiemy l', będzie wyrażała kąt $x_{,}$ C'M, zamknięty między osią dodatnych $x_{,}$, i częścią dodatną C'M południowego śladu.

Nie

Nie naruszaiąc osi $y_{,}$, odmieńmy na płaszczyznie P'P osi $x_{,}$ i $z_{,}$, na dwie inne do siebie prostopadłe, biorąc C'M część śladu południowego płaszczyzny kompasu za oś dodatną nowych odcinków *(fig. 7)*. Nazwawszy nowe współrzędne x', y', z'; będzie:

$$x_{,} = x' \operatorname{dos} l' + z' \operatorname{wst} l' \quad \text{i nawzaiem} \quad x' = x_{,} \operatorname{dos} l' - z_{,} \operatorname{wst} l'$$
$$z_{,} = z' \operatorname{dos} l' - x' \operatorname{wst} l' \qquad\qquad z' = z_{,} \operatorname{dos} l' + x_{,} \operatorname{wst} l'$$
$$y_{,} = y' \qquad\qquad y' = y_{,}$$

gdzie kąt $+l'$ rachuie się od osi dodatnéy dawnych odcinków $x_{,}$, aż do osi dodatnéy nowych odcinków x' w stronę osi odiemnych $z_{,}$.

Płaszczyzna współrzędna y' z' *(fig. 8)* iest prostopadła do obydwóch płaszczyzn P'P i LK; bo iest prostopadła do wspólnego ich przecięcia się. Na téy płaszczyznie y' z' leży kąt a (§ 5); na niey przeto trzeba teraz osi y' i z' tak odmienić, aby rzut osi przystaw dawnych na płaszczyznę kompasu, czyli liniia C'y'', w któréy płaszczyzna y' z' ścianę kompasu przecina, była osią nowych przystaw y'', a prostopadła do téy linii, osią nowych z''. W takiéy odmianie osi będziemy mieli:

$$y' = y'' \operatorname{dos} a + z'' \operatorname{wst} a \quad \text{i nawzaiem} \quad y'' = y' \operatorname{dos} a - z' \operatorname{wst} a$$
$$z' = z'' \operatorname{dos} a - y'' \operatorname{wst} a \qquad\qquad z'' = z' \operatorname{dos} a + y' \operatorname{wst} a$$
$$x' = x'' \qquad\qquad x'' = x'.$$

a iest kąt zawarty między dawną i nową osią przystaw dodatnych, wzięty dodatnie od C'y' do C'y'' w stronę osi odiemnych z'.

Przez dwa poprzedzaiące przerobienia, płaszczyzna kompasu staie się płaszczyzną współrzędnych x'' y'', do któréy oś trzecia z'' prostopadle stoi. Wartości współrzędnych równikowych w x'', y'', z'' wyrażone, będą:

$$x = c + x'' \operatorname{dos} l' + z'' \operatorname{wst} l' \operatorname{dos} a - y'' \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} a$$
$$y = c' + y'' \operatorname{dos} a + z'' \operatorname{wst} a$$
$$z = z'' \operatorname{dos} l' \operatorname{dos} a - y'' \operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a - x'' \operatorname{wst} l'.$$

Jeżeli w równanie (A), zamiast współrzędnych x i y, podstawiemy ich wyrażenia dopiero napisane; a potém w témże równaniu położymy

$$z'' = 0,$$

które iest równaniem płaszczyzny kompasu; otrzymamy:

$$y'' (\operatorname{dos} a \operatorname{dot} E + \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} a) - x'' \operatorname{dos} l' + c' \operatorname{dot} E - c = 0 \qquad (A').$$

Jestto równanie liniy godzinnych na płaszczyznie kompasu iakiekolwiek położenie maiącéy.

W wartościach x, y, z powyżey napisanych połóżmy podobnie $z''=0$, i wypadki ztąd otrzymane, zamiast x, y, z w równanie (B) podstawmy: tym sposobem, biorąc ieszcze p odiemne czyli skazówkę obròconą wierzchołkiem do bieguna południowego, otrzymamy wzór

$$(p - x'' \text{wst}\, l' - y'' \text{dos}\, l' \text{wst}\, a)^2 \text{dot}^2 d = (x'' \text{dos}\, l' - y'' \text{wst}\, l' \text{wst}\, a + c)^2 + (y'' \text{dos}\, a + c')^2 \quad (B')$$

który iest ròwnaniem liniy dziennych, kreślonych końcem cienia, rzuconego od skazówki na płaszczyznę kompasu, iakiekolwiek położenie maiącą.

Równania (A') i (B') zawieraią w sobie całą Gnomonikę: wypada teraz stósować ie do szczegòłów, i za pomocą przerobień wygodnemi do użycia uczynić. W tém zastósowaniu będziemy mówili nasamprzód o kompasach, których płaszczyzny z osią świata kąt pewny robią, a potém o kompasach, których płaszczyzny są ròwnoległe do osi świata.

§ 10. Płaszczyznę, ktòra nie iest ròwnoległą do osi świata, skazówka zawsze spotyka: a ponieważ początek współrzędnych równikowych gdziekolwiek na skazówce obrany bydź może; umieśćmy go teraz w punkcie utwierdzenia skazòwki na płaszczyznie kompasu. Dwa punkta C i C', osi x i $x_{\prime}$, y i $y_{\prime}$, z i $z_{\prime}$ zeydą się z sobą: płaszczyzna P' P figury 6 stanie się płaszczyzną współrzędnych $x\,z$ figury 4, czyli południkiem, i mieścić będzie w sobie skazówkę $C'z_{\prime}$. Więc we wszystkich kompasach tego pierwszego podziału będzie $c=0$, $c'=0$. Ròwnanie (A') pokazuie: że liniie wszystkich godzin wychodzą na płaszczyznie kompasu z punktu utwierdzenia skazòwki, zwanego także *środkiem kompasu*; i aby każdą z liniiy rzeczonych nakreślić, dosyć będzie znać na płaszczyznie ieszcze ieden punkt, przez ktòry taż liniia przechodzić powinna. Jeżeli głoską U oznaczymy wielkość kąta, pod którym liniia godzinna, czyli cień od skazówki na płaszczyznę kompasu rzucony, nachyla się do osi dodatnych x'', która leży na linii południowéy kompasu; równanie (A') da:

$$\text{sty}\, U = \frac{y''}{x''} = \frac{\text{dos}\, l'}{\text{dos}\, a\, \text{dot}\, E + \text{wst}\, a\, \text{wst}\, l'} \quad (A'').$$

Aby to wyrażenie łatwém do rachowania uczynić, przybierzmy kąt H taki, ażeby była

$$\text{sty}\, H = \text{wst}\, l'\ \text{sty}\, E:$$

wprowadzaiąc przybrany tym sposobem kąt H w równanie (A''), otrzymamy:

$$\text{sty}\, U = \frac{\text{dot}\, l'\ \text{wst}\, H}{\text{dos}\,(H - a)} \quad (1)$$

Za

Za pomocą wielkości sty U, dla promienia upodobanéy długości odmierzonego od środka kompasu na osi x'', wyznaczymy na płaszczyznie kompasu ów drugi punkt, przez który liniia godzinna, ze środka kompasu pociągniona, przechodzi. Kąty l' i a są dane, i w tym samym kompasie stałe; a zamiast E trzeba podstawiać $\pm\, n.\, 15^\circ$, skoro chcemy rysować liniią, którąby wskazywała godzinę o godzin n od południa odległą: n może bydź ułomkiem i całkowitą. Znak dodatny bierze się dla godzin po południu, odiemny dla godzin przed południem. Stósownie do tego układu, dla godzin wieczornych kąty U biorą się na wschód względem linii południowéy. Dla godzin rannych, gdzie E iest odiemne, H będzie także odiemne i $\text{sty}\, U = -\dfrac{\text{dot}\, l'\ \text{wst}\, H}{\text{dos}\,(H + a)}$: znak — wskazuie, że kąty U w stronę przeciwną to iest na zachód od linii południowéy rachować należy.

Opuszczaiąc c i c' iako równe zero, z każdey strony równania (B') wyciągniymy pierwiastek kwadratowy; a podzieliwszy wszystkie wyrazy przez x'', potém przez y'', w każdym z dwóch wypadków zamiast stosunku $\dfrac{y''}{x''}$ napiszmy sty U: tym sposobem otrzymamy na x'' i y'' następuiące wartości:

$$x'' = \frac{p}{\text{sty}\, U\, \text{dos}\, l'\, \text{wst}\, a + \text{wst}\, l' \pm \text{sty}\, d \sqrt{(\text{dos}\, l' - \text{sty}\, U\, \text{wst}\, l'\, \text{wst}\, a)^2 + \text{sty}^2 U\, \text{dos}^2 a}}$$

$$y'' = \frac{p\, \text{sty}\, U}{\text{sty}\, U\, \text{dos}\, l'\, \text{wst}\, a + \text{wst}\, l' \pm \text{sty}\, d \sqrt{(\text{dos}\, l' - \text{sty}\, U\, \text{wst}\, l'\, \text{wst}\, a)^2 + \text{sty}^2 U\, \text{dos}^2 a}}$$

Są to wyrażenia odcinka i przystawy tego punktu, w którym liniia godzinna spotyka przecięcie ostrokrąga od płaszczyzny kompasu, a który iest granicą długości cienia, rzuconego od skazówki w godzinie przez liniią wskazanéy. Jeżeli tę długość cienia oznaczymy głoską R; powinno też bydź

$$x'' = R\, \text{dos}\, U \quad , \quad y'' = R\, \text{wst}\, U.$$

Dwa powyższe wyrażenia odcinka x'', albo dwa wyrażenia przystawy y'' z sobą zrównane, dadzą

$$R = \frac{p}{\text{dos}\, U\, [\text{dos}\, l'\, \text{wst}\, a\, \text{sty}\, U + \text{wst}\, l' \pm \text{sty}\, d \sqrt{\text{wst}^2 l'\, (\text{dot}\, l' - \text{sty}\, U\, \text{wst}\, a)^2 + \text{sty}^2 U\, \text{dos}^2 a}\,]}$$

Ma

Ma przeto R dla każdego U dwie różne od siebie wartości; bo też w ogólności liniia prosta, liniią krzywą drugiego rzędu w dwóch punktach przecina, i punkt utwierdzenia skazòwki, od ktòrego poczynaią się długości R, nie iest ròwno oddalony od ròżnych punktòw przecięcia. Lecz należy uważać, że skoro się $+d$ na $-d$ odmieni, iedna z wartości R przemienia się w drugą; zaczém przy równych innych okolicznościach, to iest dla tych samych l', a i U, iedna wartość R wyraża długość cienia w zboczeniu północném słońca, druga w zboczeniu południowém teyże co północne wielkości. Aże zboczenie słońca bierzemy dodatnie i odiemnie: więc dosyć będzie iednę wartość R zachować; bo druga przez odmianę znaku głoski d wypadnie. Dla oznaczenia wartości R pozostać maiącey, połóżmy w przeszłém wyrazeniu $U = o$: odpowiadaiąca wartość $R = \dfrac{p \text{ dos } d}{\text{wst } (l' \pm d)}$ wyraża długość cienia w południe. Jeżeli oznaczymy zboczenie słońca, północne przez d dodatne, południowe przez d odiemne, i weźmiemy $l' = d$ co do wielkości i znaku: słońce w momencie południa znaydzie się na przedłużeniu linii południowéy kompasu, i długość cienia powinna bydź w tym czasie nieskończona; więc w tém przypuszczeniu powyższe wyrażenie powinno dadź $R = \infty = \dfrac{p \text{ dos } d}{o}$. Wypada ztąd, że z dwòch znaków położonych przed znakiem pierwiastkowym, wziąć należy znak $-$, a zatém będzie:

$$R = \frac{p}{\text{dos } U [\text{dos } l' \text{ wst } a \text{ sty } U \mp \text{wst } l' - \text{sty } d \sqrt{\text{wst}^2 l' (\text{dot } l' - \text{sty } U \text{ wst } a)^2 + \text{sty}^2 U \text{ dos}^2 a}\ ]} \quad \text{(B'')}$$

Jeżeli w tém wyrażeniu, U zostawuiąc niezmienne, samo tylko d odmieniać będziemy; otrzymamy długości cienia odpowiadaiące w różnych dniach roku godzinie wskazanéy przez liniią, do ktòréy wartość U należy. Jeżeli przeciwnie, biorąc d za ilość stałą, zamiast U weźmiemy coraz inne wielkości, iakie przynależą ròżnym godzinom; otrzymamy pewną liczbę punktów należących do linii krzywéy, która nakreśla koniec ostateczny cienia w tym dniu, w ktòrym zboczenie słońca równa się wielkości d użytéy w rachunku.

Wzór (B'') daie się korzystnie przerobić przez wprowadzenie kąta posiłkowego, ieżeli zważémy, że część współmierna mianownika skwadrowana, dodana do części pod znakiem pierwiastkowym będącéy, czyni 1; to iest:

(dos

$(\text{dos}\, l' \text{wst}\, a \text{wst}\, U + \text{wst}\, l' \text{dos}\, U)^2 + (\text{dos}\, l' \text{dos}\, U - \text{wst}\, U \text{wst}\, a \text{wst}\, l')^2 + \text{wst}^2 U \text{dos}^2 a = 1$; ta summa bowiem iest $= \text{dos}^2 l' \text{wst}^2 a \text{wst}^2 U + \text{wst}^2 l' \text{wst}^2 a \text{wst}^2 U + \text{wst}^2 l' \text{dos}^2 U + \text{dos}^2 l' \text{dos}^2 U + \text{wst}^2 U \text{dos}^2 a = \text{wst}^2 U \text{wst}^2 a + \text{wst}^2 U \text{dos}^2 a + \text{dos}^2 U = 1$. Przyiąwszy więc taki kąt Q, ażeby było

$$\text{dos}\, Q = \text{dos}\, l' \text{wst}\, a \text{wst}\, U + \text{wst}\, l' \text{dos}\, U; \quad \text{będzie}$$

$$R = \frac{p}{\text{dos}\, Q - \text{sty}\, d \text{wst}\, Q} = \frac{p \text{dos}\, d}{\text{dos}\,(Q + d)} \qquad (2)$$

W porównaniu dnia z nocą $d = 0$; równanie (B') przywodzi się do następuiącego:

$$p - x'' \text{wst}\, l' - y'' \text{dos}\, l' \text{wst}\, a = 0$$

ktòre pokazuie, że koniec cienia nakreśla w tym dniu liniią prostą. Jakoż promień słoneczny kręcący się około wierzchołka skazówki, zamiast powierzchni ostrokrągowéy, tworzy w tym przypadku płaszczyznę prostopadłą do skazówki, czyli ròwnika, którego przecięcie się z płaszczyzną kompasu bydź powinno liniią prostą. Przecięcie, o którém mòwimy, nazywa się *liniią rówonocną*. Położywszy w przeszłém równaniu $y'' = 0$, znaydziemy oddalenie punktu, w którym równonocna przecina oś x'', rachowane od środka kompasu,

$$x'' = \frac{p}{\text{wst}\, l'};$$

wyraża ono długość cienia w południe wskazane na kompasie pod czas poròwnań dnia z nocą.

Jeżeli spełnienie kąta, który robi równonocna z osią dodatnych x'', nazwiemy C (*fig.* 9.); ròwnanie ròwnonocnéy da

$$\text{sty}\, C = \frac{\text{sty}\, l'}{\text{wst}\, a}.$$

Wprowadzaiąc w wyrażenie dos Q, zamiast wst a, iéy ważność wyciągniętą z wzoru dopiero napisanego, otrzymamy ròwnanie

$$\text{dos}\, Q = \frac{\text{wst}\, l'}{\text{wst}\, C} \text{wst}\,(C + U),$$

zá pomocą którego kąt posiłkowy Q łatwo rachować się daie.

Wzory

Wzory (1), (2), dołączywszy do nich kąty posiłkowe H, C, Q, rozwięzuią zadanie o kierunku i długości cienia we wszystkich kompasach, których płaszczyzny nie są równoległe do osi świata. *

§ 11. Chcemy teraz wiedzieć, kiedy koniec ostateczny cienia od skazówki, kreśli na płaszczyznie kompasu hyperbolę, a kiedy ellipsę, parabolę; i wyznaczyć położenie osi tych liniy. W tym celu udaymy się do równania (B'). Wspomnione równanie rozwinięte ma postać taką:

$$\left.\begin{array}{l} y''^2(\mathrm{wst}^2 a\,\mathrm{dos}^2 l'\,\mathrm{dot}^2 d - \mathrm{wst}^2 a\,\mathrm{wst}^2 l' - \mathrm{dos}^2 a) + x''^2(\mathrm{wst}^2 l'\,\mathrm{dot}^2 d - \mathrm{dos}^2 l') \\ + 2y''x''(\mathrm{dot}^2 d + 1)\mathrm{dos}l'\,\mathrm{wst}l'\,\mathrm{wst}a - 2py''\mathrm{dos}l'\,\mathrm{wst}a\,\mathrm{dot}^2 d - 2px''\mathrm{wst}l'\,\mathrm{dot}^2 d + p^2\mathrm{dot}^2 d \end{array}\right\} = 0;$$

która, ponieważ współczynnik wyrazu pierwszego iest $= \mathrm{wst}^2 a\,\mathrm{dos}^2 l'(\mathrm{dot}^2 d + 1) - 1$
$= \dfrac{\mathrm{wst}^2 a\,\mathrm{dos}^2 l - \mathrm{wst}^2 d}{\mathrm{wst}^2 d}$, a współczynnik wyrazu drugiego $= \mathrm{wst}^2 l'(\mathrm{dot}^2 d + 1) - 1$
$= \dfrac{\mathrm{wst}^2 l' - \mathrm{wst}^2 d}{\mathrm{wst}^2 d}$; przywodzi się do następuiącey:

$$\left.\begin{array}{l} y''^2(\mathrm{wst}^2 a\,\mathrm{dos}^2 l' - \mathrm{wst}^2 d) + x''^2(\mathrm{wst}^2 l' - \mathrm{wst}^2 d) + 2y''x''\,\mathrm{dos}l'\,\mathrm{wst}l'\,\mathrm{wst}a \\ - 2py''\mathrm{dos}l'\,\mathrm{wst}a\,\mathrm{dos}^2 d - 2px''\,\mathrm{wst}l'\,\mathrm{dos}^2 d + p^2\mathrm{dos}^2 d \end{array}\right\} = 0$$

i pokazuie, że w ogólności środek liniy dziennych nie iest w środku kompasu, a główne średnice tychże nie leżą na osiach x'' i y'', ani do nich nie są równoległemi. Dla wynalezienia nasamprzód średnic głównych, od-

nieśmy

---

* Opuściwszy w wzorach §. 10. akcent nad głoską l, wypadną wzory P. Berroyer, zastósowane do płaszczyzny wierzchołkowéy zbaczaiącéy (: trzeba tylko a na *alfa*, d na *delta*, l na *lambda*, R na *ro* przemienić:). Jakie zaś wartości nadawać potrzeba kątom l i a, aby wzory służące płaszczyznie wierzchołkowéy zbaczaiącéy przystòsować do płaszczyzn: wierzchołkowéy bez zboczenia, poziomey, i pochyłéy zbaczaiącéy; wskazuie rzeczony Autor w §. 37 i §. 43. U nas wzory §. 10 takie, iakie są napisane, służą płaszczyznie pochyłèy zbaczaiącéy; a z nich wyprowadzaią się wzory dla płaszczyzn: wierzchołkowèy zbaczaiącèy i bez zboczenia, poziomèy, i równoległéy do równika, też same co wzory P. Berroyer, kładąc w równania §.10 zamiast b i a, wartości tych kątów położone niżey przy każdym kompasie. Nakoniec dwa kompasy drugiego podziału, biegunowy, tudzież wschodni i zachodni, ktore ieszcze P. Berroyer uważa, są wyprowadzone w §§. 25 i 26.

niesmy powyższe równanie do nowych współrzędnych osi, któreby z sobą kąt prosty czyniły. Niech u wyraża kąt zawarty między dawną i nową osią odcinków dodatnych, rachowany dodatnie od osi dawnéy odcinków dodatnych, do osi nowéy takichże odcinków, w stronę osi dodatnéy dawnych przystaw y''. Nazwawszy nowe odcinki x''', nowe przystawy y''', mamy dla każdego punktu

$$x'' = x''' \operatorname{dos} u - y''' \operatorname{wst} u \qquad \text{i nawzaiem} \qquad x''' = x'' \operatorname{dos} u + y'' \operatorname{wst} u$$
$$y'' = x''' \operatorname{wst} u + y''' \operatorname{dos} u \qquad\qquad y''' = y'' \operatorname{dos} u - x'' \operatorname{wst} u$$
$$z'' = z''' \qquad\qquad z''' = z'' ;$$

a równanie powyższe, odniesione do nowych współrzędnych, będzie:

$$\left.\begin{array}{l} y'''^2 [\operatorname{wst}^2 u(\operatorname{wst}^2 l' - \operatorname{wst}^2 d) + \operatorname{dos}^2 u(\operatorname{wst}^2 a \operatorname{dos}^2 l' - \operatorname{wst}^2 d) - 2 \operatorname{dos} l' \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} u \operatorname{dos} u \operatorname{wst} a] \\ x'''^2 [\operatorname{dos}^2 u(\operatorname{wst}^2 l' - \operatorname{wst}^2 d) + \operatorname{wst}^2 u(\operatorname{wst}^2 a \operatorname{dos}^2 l' - \operatorname{wst}^2 d) + 2 \operatorname{dos} l' \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} u \operatorname{dos} u \operatorname{wst} a] \\ 2y'''x'''[(\operatorname{wst}^2 a \operatorname{dos}^2 l' - \operatorname{wst}^2 l') \operatorname{wst} u \operatorname{dos} u + \operatorname{dos} l' \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} a(\operatorname{dos}^2 u - \operatorname{wst}^2 u)] \\ -2py''' (\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{dos} u - \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} u) \operatorname{dos}^2 d \\ -2px''' (\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{wst} u + \operatorname{wst} l' \operatorname{dos} u) \operatorname{dos}^2 d + p \operatorname{dos}^2 d \end{array}\right\} = 0$$

Ponieważ kąt u nie iest oznaczony, nadaymy mu taką wartość, aby wyraz maiący w sobie $y'''x'''$ zginął; tym sposobem osi odcinków i przystaw będą równoległe każda od iednéy z średnic głównych linii krzywéy. Powinno więc bydź

$$(\operatorname{wst}^2 a \operatorname{dos}^2 l' - \operatorname{wst}^2 l') \operatorname{wst} u \operatorname{dos} u + \operatorname{dos} l' \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} a (\operatorname{dos}^2 u - \operatorname{wst}^2 u) = 0 \quad , \text{ czyli}$$
$$\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{wst} u (\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{dos} u - \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} u) + \operatorname{wst} l' \operatorname{dos} u (\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{dos} u - \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} u)$$
$$= (\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{wst} u + \operatorname{wst} l' \operatorname{dos} u)(\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{dos} u - \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} u) = 0 :$$

a równaiąc każdego czynnika koleyno do zero, otrzymuiemy dwa równania:

$$\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{wst} u + \operatorname{wst} l' \operatorname{dos} u = 0 \quad \text{albo}$$
$$\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{dos} u - \operatorname{wst} l' \operatorname{wst} u = 0 \qquad \text{(F)}$$

z których iedno w drugie się zamienia, zamiast u kładąc $u + 90°$. Z czego się pokazuie, że oba równania do tych samych osi prowadzą, a zatém na iedno wychodzą. Z drugiego warunkowego równania (F) wyciągamy

$$\operatorname{sty} u = \operatorname{dot} l' \operatorname{wst} a \quad ,$$

a ztąd otrzymuiemy sam kąt u, pod którym oś nowych odcinków do osi dawnych poprowadzona, będzie tą liniią, na któréy leży iedna z średnic głównych

wnych linii krzywéy; bo wyraz maiący w sobie y''' znosi się w równaniu. Za pomocą równania przyiętego (F), i kwadratu tegoż równania

$$\text{dos}^2 l' \text{wst}^2 a \,\text{dos}^2 u + \text{wst}^2 l' \,\text{wst}^2 u - 2\,\text{wst}\, l' \,\text{dos}\, l' \,\text{wst}\, u \,\text{dos}\, u \,\text{wst}\, a = 0 \qquad (G),$$

równanie powyższe liniy dziennych redukować się daie. Jakoż współczynnik y'''^2, przemazawszy w nim wyrazy, które się na mocy równania (G) znoszą, będzie $= - \text{wst}^2 d \,\text{wst}^2 u - \text{dos}^2 u \,\text{wst}^2 d = - \text{wst}^2 d$. Współczynnik x'''^2, gdy zamiast $2\,\text{wst}\, l' \,\text{dos}\, l' \,\text{wst}\, u \,\text{dos}\, u \,\text{wst}\, a$ wartość z równania (G) wyciągniętą, to iest $\text{dos}^2 l' \,\text{wst}^2 a \,\text{dos}^2 u + \text{wst}^2 l' \,\text{wst}^2 u$ położymy, będzie

$$\text{dos}^2 u \,(\text{wst}^2 l' - \text{wst}^2 d + \text{dos}^2 l' \,\text{wst}^2 a) + \text{wst}^2 u \,(\text{dos}^2 l' \,\text{wst}^2 a - \text{wst}^2 d + \text{wst}^2 l') =$$
$$\text{wst}^2 l' + \text{dos}^2 l' \,\text{wst}^2 a - \text{wst}^2 d = \text{dos}^2 d - \text{dos}^2 l' \,\text{dos}^2 a.$$

A ponieważ równanie (F) daie $\text{dos}\, l' \,\text{wst}\, a \,\text{wst}\, u = \dfrac{\text{wst}\, l' \,\text{wst}^2 u}{\text{dos}\, u}$; współczynnik x''' stanie się $-2p\,\text{dos}^2 d \left(\dfrac{\text{wst}\, l' \,\text{wst}^2 u}{\text{dos}\, u} + \text{wst}\, l' \,\text{dos}\, u\right) = -2p\,\text{dos}^2 d \dfrac{\text{wst}\, l'}{\text{dos}\, u}$.

Tym sposobem równanie liniy dziennych przywodzi się do kształtu prostego

$$y'''^2 \,\text{wst}^2 d + x'''^2 (\text{dos}^2 l' \,\text{dos}^2 a - \text{dos}^2 d) + 2p\,x''' \frac{\text{wst}\, l'}{\text{dos}\, u} \text{dos}^2 d - p^2 \,\text{dos}^2 d = 0.$$

Po redukcyach któreśmy wykonali, przychodzi na myśl, że rodzay i wielkość przecięcia ostrokrąga od płaszczyzny, zależą tylko od pochylenia osi ostrokrąga na płaszczyznę przecinaiącą, od długości teyże osi od wierzchołka aż do płaszczyzny rzeczonéy, i nakoniec od wielkości kąta, który twórcze ostrokrąga z osią iego robią; że zatém równanie dopiero napisane, powinnoby dadź się wyrazić w funkcyi tylko trzech wymienionych ilości. Zobaczmy więc, czyli wyrażone tym sposobem równanie, nie nabędzie ieszcze prostszego kształtu.

§ 12. Przez skazówkę prowadźmy płaszczyznę prostopadłą do płaszczyzny kompasu: z przecięcia się wspólnego tych płaszczyzn powstanie liniia prosta, która nazywa się podskazówkową albo krócéy *podskazówką*, a kąt między skazówką i podskazówką zawarty, będzie pochyłością skazówki na płaszczyznę kompasu. Trzeba nam naprzód położenie podskazówki na płaszczyznie kompasu, a potém pochyłość rzeczoną wyznaczyć.

Formuły wzaiemne (§ 9), wyrażaiące współrzędne x'', y'', z'' przez współrzędne równikowe, daią

$$x'' = x\,\text{dos}\, l' - z\,\text{wst}\, l', \qquad y'' = y\,\text{dos}\, a - z\,\text{dos}\, l' \,\text{wst}\, a - x\,\text{wst}\, l' \,\text{wst}\, a,$$
$$z'' = z\,\text{dos}\, a \,\text{dos}\, l' + x\,\text{wst}\, l' \,\text{dos}\, a + y\,\text{wst}\, a.$$

Dla skazówki czyli osi z iest $x=o$, $y=o$; a zatém dla każdego punktu téy linii iest

$$x''=-z \text{ wst } l', \quad y''=-z \text{ dos } l' \text{ wst } a, \quad z''=z \text{ dos } a \text{ dos } l'.$$

Z dwóch pierwszych wyrażeń otrzymuiemy

$$y''=x'' \text{dot } l' \text{ wst } a:$$

iest to równanie podskazówki, i oraz równanie płaszczyzny przesuniętéy przez skazówkę i przez oś z'', przecinaiącéy płaszczyznę kompasu w linii prostéy, którąśmy podskazówką nazwali. Jeżeli kąt, pod którym podskazówka nachyla się do osi x'' dodatnych, oznaczymy przez U', będzie

$$\text{sty } U'= \text{dot } l' \text{ wst } a \qquad (3).$$

Jest więc sty U'=sty u czyli $U'=u$, to iest: oś nowych odcinków x''' iest podskazówką, a płaszczyzna przez skazówkę i podskazówkę poprowadzona, iest płaszczyzną współrzędnych x''' z'''. Nazwawszy E' kąt godzinny, pod którym płaszczyzna x''' z''' pochyla się do południka mieyscowego; podług związku (A'') § 10 powinno bydź

$\text{dot } U'=\frac{\text{dos } a}{\text{sty } E' \text{dos } l'}+\text{sty } l' \text{wst } a$. Równaiąc ninieyszą wartość dot U' z wartością wyciągniętą z równania (3), będzie $\frac{\text{sty } l'}{\text{wst } a}=\frac{\text{dos } a}{\text{sty } E' \text{ dos } l'}+\text{sty } l' \text{ wst } a$, skąd wypada $\frac{\text{dos } a}{\text{sty } E' \text{dos } l'}=\frac{\text{sty } l'}{\text{wst } a}\left(1-\text{wst}^2 a\right)$, czyli

$$\text{sty } E'=\frac{\text{sty } a}{\text{wst } l'} \qquad (4).$$

Równanie (3) wyznacza położenie podskazówki względem linii południowéy na płaszczyźnie kompasu; a równanie (4) daie godzinę, o któréy skazówka cień swóy na podskazówkę rzucić powinna.

Skoro w formułach wzaiemnych trzeciego przerobienia

$$x'''=x'' \text{dos } u+y'' \text{wst } u, \quad y'''=y'' \text{dos } u-x'' \text{wst } u, \quad z'''=z''$$

zamiast x'', y'', z'' położymy wartości powyżéy dla skazówki wypadłe; zważaiąc przytém, że podług równania (F) iest dos u dos l' wst a= wst l' wst u, otrzymamy dla każdego punktu skazówki:

$$y'''=z\,(-\text{dos } u \text{ dos } l' \text{ wst } a+\text{wst } l' \text{ wst } u)=o$$

$$x'''=-z\,(\text{wst } l' \text{ dos } u+\text{dos } l' \text{wst } a \text{ wst } u)=-z\frac{\text{wst } l'}{\text{dos } u}(\text{dos}^2 u+\text{wst}^2 u)=-z\,\frac{\text{wst } l'}{\text{dos } u}$$

$$z'''= z \text{ dos } a \text{ dos } l'$$

Pierwsze z tych równań pokazuie, że oś z leży całkiem na płaszczyźnie x''' z''',

o czém

o czém się iuż wyżéy mòwiło. Nazwawszy i kąt zawarty między osiami dodatnych z i x'''; dwa drugie ròwnania dadzą

$$\mathrm{dos}\, i = \frac{x'''}{z} = -\frac{\mathrm{wst}\, l'}{\mathrm{dos}\, u}, \qquad \mathrm{wst}\, i = \frac{z'''}{z} = \mathrm{dos}\, a\, \mathrm{dos}\, l' \qquad (5)$$

§ 13. Wprowadzaiąc wyrażenia dopiero napisane, równanie położone w końcu § 11. zamienia się w następuiące

$$y'''^2 \mathrm{wst}^2 d + x'''^2 (\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i) - 2px''' \mathrm{dos}\, i\, \mathrm{dos}^2 d - p^2 \mathrm{dos}^2 d = 0 \qquad (B''')$$

Jedna oś liniy krzywych ktòre wyraża ròwnanie, leży na podskazòwce, druga iest prostopadła do podskazòwki, ale nie przechodzi przez środek kompasu. Gdy $\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i$ nie iest zero, liniia krzywa nie będzie parabolą: w tém przypuszczeniu odnieśmy ròwnanie do środka liniy krzywych, przenosząc początek wzdłuż osi x''' na taki punkt, abyśmy się pozbyli wyrazu maiącego w sobie x''': co nayłatwiéy przez dopełnienie do kwadratu wyrazów maiących w sobie x'''^2 i x''' uskutecznia się w ten sposòb:

$$y'''^2 \mathrm{wst}^2 d + (\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i)\left(x''' - \frac{p\, \mathrm{dos}\, i\, \mathrm{dos}^2 d}{\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i}\right)^2 = p^2 \mathrm{dos}^2 d + \frac{p^2 \mathrm{dos}^2 i\, \mathrm{dos}^4 d}{\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i};$$

albo położywszy ieszcze $x''' = x'''' + \frac{p\, \mathrm{dos}\, i\, \mathrm{dos}^2 d}{\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i}$, i dodawszy dwa wyrazy drugiéy strony do siebie;

$$y'''^2 \mathrm{wst}^2 d + x''''^2 (\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i) = \frac{p^2 \mathrm{dos}^2 d\, \mathrm{wst}^2 d\, \mathrm{wst}^2 i}{\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i}$$

Ponieważ wyraz ostatni ma ten sam znak co współczynnik x''''^2; ròwnanie oznacza:

1. Ellipsę zawsze rzetelną, gdy $\mathrm{wst}^2 d > \mathrm{dos}^2 i$.
2. Hyperbolę maiącą oś wielką na osi x''', gdy $\mathrm{wst}^2 d < \mathrm{dos}^2 i$.

Środek obydwòch liniy leży na podskazówce czyli osi x''' w odległości od środka kompasu

$$S = \frac{p\, \mathrm{dos}\, i\, \mathrm{dos}^2 d}{\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i}$$

W obydwòch liniiach nazwawszy A długość pòłosi leżącéy na podskazòwce, B długość pòłosi prowadzonéy przez środek liniy prostopadle do podskazówki; skoro położymy w ròwnaniu raz $y''' = 0$, drugi raz $x'''' = 0$, wypadnie

$$A = \pm \frac{p\, \mathrm{wst}\, i\, \mathrm{dos}\, d\, \mathrm{wst}\, d}{\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i}, \qquad B = \pm \frac{p\, \mathrm{wst}\, i\, \mathrm{dos}\, d}{\sqrt{\mathrm{wst}^2 d - \mathrm{dos}^2 i}}.$$

Rachu-

Rachunek wyrażeń S, A, B iest łatwy do wykonania; bo mianownik $\text{wst}^2 d - \text{dos}^2 i = -\text{dos}\,(i+d)\,\text{dos}\,(i-d)$. Za pomocą wyrachowanych wielkości S, A, B możemy ellipsę i hyperbolę ruchem ciągłym albo punktami nakreślić, ile razy gatunek i wielkość kompasu, kreślenia takowego użyć pozwolą:* albowiem używany pospolicie sposób wyznaczania tych liniy przez równanie (2), wymaga więcéy rachunków. Narysowana linija wyznacza drogę, iaką koniec ostateczny cienia przebiega w tym dniu, w którym zboczenie słońca równa się wartości d w rachunku wielkości S, A, B użytéy; przypuszczaiąc, że wartość rzeczona przez całe trwanie oświecenia płaszczyzny kompasu zostaie niezmienną. Skoro za pomocą tych samych wielkości S, A, B nakreślimy hyperbolę o dwòch odnogach; iedna z odnòg rzeczonych będzie drogą ostatecznego końca cienia w zboczeniu północném słońca, a druga będzie drogą tegoż końca w zboczeniu południowém téy saméy wielkości co zboczenie północne, wynoszące liczbę stopni i minut położoną w wyrażeniach S, A, B zamiast głoski d.

3. Gdy $\text{wst}\, d = \text{dos}\, i$, równanie (B''') zamienia się w następuiące

$$y'''^2 = 2p\,\text{dos}\, i\,\text{dot}^2 d\left(x''' + \frac{p}{2\,\text{dos}\, i}\right),$$ i iest wyrażeniem paraboli, ktòréy wierzchołek leży na osi x''' w odległości od środka kompasu $x''' = \frac{-p}{2\,\text{dos}\, i}$, a parameter iest $2p\,\text{dos}\, i\,\text{dot}^2 d$.

4. Krzywe dzienne będą kołami, skoro będzie $i = 90°$.

5. Gdy nakoniec $d = 0$, równanie (B''') daie $x''' = \frac{-p}{\text{dos}\, i}$:

z czego się pokazuie, że równonocna przecina podskazòwkę pod kątem prostym w oddaleniu $\frac{-p}{\text{dos}\, i}$ od środka kompasu.

We wszystkiém pomnieć należy, że wierzchołek skazówki iest skierowany do bieguna południowego; a zatem znak p odmienić potrzeba, ieżeli skazówkę wierzchołkiem do bieguna północnego obròcić wypadnie.

§ 14.

* Nie iest tu mieysce rozszerzać się nad temi wykreśleniami, ktòrych wykład do Jeometryi należy: można np. zobaczyć Essai de Géométrie analytique p. J—B. Biot. 4ème édit. §§ 121. 125. 190. 191. 198. 217. 161. 164.

§ 14. Zobaczmy teraz, czyli na podobném przerobieniu i równanie liniy godzinnych prostszego kształtu nie zyska. W tym celu wzór (A") napiszmy tak:

$$ny'' - m x'' = 0;$$

gdzie $n =$ dos a + wst l' wst a sty E, $m =$ dos l' sty E.

Odnosząc dopiero napisany wzór do nowych współrzędnych, otrzymamy

$$\frac{y'''}{x'''} = \frac{m - n \text{ sty } u}{n + m \text{ sty } u} = \frac{m - n \text{ dot } l' \text{ wst } a}{n + m \text{ dot } l' \text{ wst } a} \quad \text{(podług form. 3)}$$

Jeżeli zamiast n, m położymy ich wartości i wprowadzimy kąty E', i za pomocą równań (4), (5); wzór powyższy będzie można przerobić w następuiący sposób:

$$\frac{y'''}{x'''} = \frac{\text{dos } l' \text{ sty } E (1 - \text{wst}^2 a) - \text{dos } a \text{ wst } a \text{ dot } l'}{\text{dos } a + (\text{wst}^2 l' + \text{dos}^2 l') \text{ sty } E \dfrac{\text{wst } a}{\text{wst } l'}} = \frac{\text{dos } l' \text{ dos } a \left(\text{sty } E - \dfrac{\text{sty } a}{\text{wst } l'}\right)}{1 + \text{sty } E \dfrac{\text{sty } a}{\text{wst } l'}}$$

$$= \text{wst } i \frac{\text{sty } E - \text{sty } E'}{1 + \text{sty } E \text{ sty } E'} = \text{wst } i \text{ sty } (E - E').$$

Stosunek $\frac{y'''}{x'''}$ iest styczną kąta, który czyni liniia godzina z osią dodatnych x''': a że ten kąt dla każdéy linii godzinnéy iest $= U - u = U - U'$;* więc

$$\text{sty } (U - U') = \text{wst } i \text{ sty } (E - E'). \qquad (6).$$

Wypadek dopiero otrzymany iest równie ogólny iak wzór (1), a do wyrachowania łatwieyszy: ułatwienie pochodzi ztąd, że płaszczyzna $x''' z'''$ prostopadła do płaszczyzny kompasu, iest iedną z płaszczyzn godzinnych. Skoro kąty słałe U', E', i raz na zawsze wyrachniemy; odciągaiąc E' od wartości E, iaka przynależy godzinie, dla któréy liniią rysować chcemy, otrzymamy $(E - E')$: wykonawszy potem rachunek wskazany przez drugą stronę równania, poznamy kąt $U - U'$, do którego przydaiąc U' ze swoim znakiem, znaydziemy sam kąt U, który liniia godzinna z liniią południową robi. Za pomocą stycznéy kąta U (iak w § 10.), a ieźli dla godzin bardziéy oddalonych od południa, długość stycznéy wspomnionéy, na płaszczyznie przeznaczonéy na kompas zmie-

---

* Ponieważ $\frac{y'''}{x'''} = \left(\frac{m}{n} - \text{sty } u\right) : \left(1 + \frac{m}{n} \text{sty } u\right)$, a stosunek $\frac{m}{n} = \text{sty } U$; zaczém $\frac{y'''}{x'''} = \frac{\text{sty } U - \text{sty } U'}{1 + \text{sty } U \text{ sty } U'} = \text{sty } (U - U')$.

zmieścić się nie może; za pomocą cięciwy kąta U, można będzie liniią żądaną nakreślić. Tenże rysunek może się uskutecznić sposobem cokolwiek krótszym, za pomocą stycznéy kąta $U—U'$ dla promienia upodobanéy długości wziętego na podskazòwce; byleśmy podskazówkę wyznaczyli dokładnie.

Z wyrażenia dos i (5) otrzymuiemy $\text{wst}\, l' = -\text{dos}\, i\, \text{dos}\, u$: a rownanie (F) daie $\text{dos}\, l'\, \text{wst}\, a = \frac{\text{wst}\, l'}{\text{dos}\, u}\, \text{wst}\, u = -\text{dos}\, i\, \text{wst}\, u$. Jeżeli w wyrażeniu pierwszém dos Q zamiast $\text{wst}\, l'$ i $\text{dos}\, l'\, \text{wst}\, a$ położymy wartości dopiero napisane; wyrażenie wspomnione zamieni się w następuiące:

$$\text{dos}\, Q = -\text{dos}\, i\, \text{dos}\, (U—U') \qquad (7)$$

Długość cienia będzie iak dawniéy:

$$R = \frac{p\, \text{dos}\, d}{\text{dos}\, (Q+d)} \qquad (2).$$

Za pomocą wzorów (6), (7), (2) będziemy mogli dla każdéy godziny wyznaczyć kierunek i długość cienia łatwiéy iak w § 10.*

§. 15 Równanie (A'') albo równania (4) i (6) pokazuią, że na płaszczyznach dla których a nie iest zero, chociaż godziny, ranną i wieczorną, od południa równo oddalone weźmiemy, liniie tych godzin nie będą nachyłone pod tym samym kątem do południowéy linii. Przeto też, rysuiąc na takich płaszczyznach liniie godzinne za pomocą stycznych kąta U, czyli przystaw prostopadłych do linii południowéy, a nawet za pomocą przystaw prostopadłych do podskazówki, rachunek wzoru (6) prawie dla każdéy godziny osobno wykonywać musimy. Trzeba ieszcze przekonać się, czyli nie ma osi przystaw do śladu południowego nachyłonéy w ten sposob, iżby wzięte na téy osi przystawy, dla godzin rannéy i wieczornéy, od południa równo oddalonych, miały tę samę długość po iednéy i po drugiéy stronie linii południowéy. Wracaiąc do równania (A'') które tak napisać się może:

$$x'' = y''\left(\frac{\text{dos}\, a}{\text{dos}\, l'}\, \text{dot}\, E + \text{wst}\, a\, \text{sty}\, l'\right) \qquad (\text{A}'').$$

widzie-

* Chociaż wzory otrzymane w §§ 13 i 14 mogą bydź wyprowadzone wprost krótszym sposobem; wolałem iednak wyprowadzić ie za pomocą przerobień: bo tym sposobem rzeczone wzory wypływaią z rozwiązania ogólnego podanego w § 9, i pokazuie się ich związek z wzorami, o których się w § 10 mówiło.

widziemy, że cała rzecz zależy na tém, aby w współczynniku y'' zgubić drugi stały wyraz, nie kładąc $a = o$. Zamiast osi y'' weźmy oś inną nachyloną do pierwszéy pod kątem nieoznaczonym U''. Rachuiąc U'' od osi dodatnéy przystaw dawnych do osi takieyże przystaw nowych, dodatnie w stronę osi dodatnych x'', i znacząc odcinki nowe, leżące w zdłuż osi x'' któréy tu nie odmieniamy, przez $x_{,,}$, przystawy nowe przez $y_{,,}$, będzie:

$$x'' = x_{,,} + y_{,,} \text{ wst } U'' \quad , \quad y'' = y_{,,} \text{ dos } U''.$$

Jeżeli w równanie (A'') zamiast x'' i y'' podstawiemy wyrażenia dopiero napisane, otrzymamy:

$$x_{,,} = y_{,,} \left(\frac{\text{dos } a}{\text{dos } l'} \text{ dot } E + \text{wst } a \text{ sty } l' - \text{sty } U''\right) \text{dos } U''$$

Skoro więc przyymiemy kąt U'' taki aby

$$\text{sty } U = \text{wst } a \text{ sty } l' \quad ,$$

równanie przeszłe zamieni się w następuiące

$$x_{,,} = y_{,,} \frac{\text{dos } a \text{ dos } U'' \text{ dot } E}{\text{dos } l'}$$

które iest bez wyrazu stałego. Gdy dot $E = o$ czyli gdy $E = 90°$; wypada $x_{,,} = o$: więc liniia godziny VItéy iest osią nowych przystaw $y_{,,}$. To samo pokazuie się z równania (A''), z którego dla linii godziny VItéy wypada

$$x'' = y'' \text{ wst } a \text{ sty } l' \qquad (8).$$

Dla innych liniy z równania wyżéy otrzymanego mamy

$$x_{,,} = \frac{y'' \text{ dos } a}{\text{dos } l'} \text{ dot } E \quad (9) \qquad \text{albo} \qquad y_{,,} = \frac{x_{,,} \text{ dos } l'}{\text{dos } U'' \text{ dos } a} \text{ sty } E \quad (10).$$

Zamiast dos Q trzeba teraz otrzymać inne wyrażenie rzeczonego kąta, w któreby kąt $U - U'$ nie wchodził. Wyrażeniem żądaném iest sty Q. Mamy bowiem (wzór 7)

wst $Q = [1 - \text{dos}^2(U-U') \text{dos}^2 i]^{\frac{1}{2}} = [\text{wst}^2(U-U') + \text{dos}^2(U-U) \text{wst}^2 i]^{\frac{1}{2}}$; a podstawiaiąc zamiast wst$^2(U-U')$ iéy wartość wyciągniętą z równania (6), ostatnie wyrażenie staie się $= \text{dos}(U-U') \text{ wst } i \; [\text{sty}(E-E') + 1]^{\frac{1}{2}} = \frac{\text{dos}(U-U') \text{ wst } i}{\text{dos}(E-E')}$; dzieląc ten wypadek przez wartość dostawy Q (wzór 7), otrzymuiemy:

$$\text{sty } Q = \frac{-\text{sty } i}{\text{dos}(E-E')} \qquad (11)$$

Dłu-

Długość cienia będzie iak przed tém

$$R = \frac{p \operatorname{dos} d}{\operatorname{dos}(Q + d)} \qquad (12).\ *$$

Dobrze będzie wynaleźć wyrażenie dosE', w którą zamienia się mianownik wyrażenia sty Q w momencie południa, to iest kiedy $E = 0$. W wzorach trzeciego przerobienia współrzędnych (§ 11) położywszy $x''' = 0$, $z''' = 0$, które są równaniami osi y'''; otrzymamy dla każdego punktu téy linii

$$x'' = -y''' \operatorname{wst} u,\ y'' = y''' \operatorname{dos} u,\ z'' = 0.$$

Podstawiaiąc te wartości zamiast x'' y'', z'' w wyrażenia współrzędnych równikowych y i z (§ 9); wypadnie dla osi y''' $z = 0$, $y = y''' \operatorname{dos} a \operatorname{dos} u$. Zaczém dostawa kąta zawartego między osiami y i y''', czyli między płaszczyznami do których osi rzeczone są prostopadłemi, to iest $\operatorname{dos} E' = \frac{y}{y'''} = \operatorname{dos} a$ dos$u$; a ieżeli w tę wartość wprowadzimy kąt i za pomocą wzorów (5), będzie

$$\operatorname{dos} E' = -\operatorname{sty} i \operatorname{sty} l' \qquad (13).$$

Szukaymy teraz kąta zawartego między liniią godzinną i skazówką skierowaną wierzchołkiem do bieguna północnego czyli osią dodatnych z: ten bowiem kąt będzie nam w dalszym ciągu potrzebny. Wziąwszy na linii godzinnéy upodobaną długość $= r$ na stronie dodatney, współrzędne końca tey długości będą:

$$x'' = r \operatorname{dos} U, \qquad y'' = r \operatorname{wst} U, \qquad z = 0.$$

Współrzędną z równikową tegoż punktu znaydziemy z formuły § 9, włożywszy

---

* Chcąc rachować długość cienia na podskazówce, w równaniu (11) trzeba położyć $E = E'$: ieżeli więc dostawę i weźmiemy odiemnie, wypadnie dla podskazówki sty Q = sty i, czyli $Q = i$; a długość cienia na podskazówce będzie:

$$R = \frac{p \operatorname{dos} d}{\operatorname{dos}(i + d)}.$$

Za pomocą wzoru dopiero napisanego można wielkości S, A, odpowiadaiące zboczeniu danemu d, z mnieyszą pracą otrzymać. Wkładaiąc w powyższy wzór zamiast d, wartość daną w liczbach, wziętą raz dodatnie drugi raz odiemnie, wyrachuiemy dwie odpowiadaiące długości cienia: połowa różnicy wyrachowanych długości będzie długością A, którą dodaiąc do cienia krótszego, albo odeymuiąc od cienia dłuższego, otrzymamy S. W oznaczeniu kąta i w tym rachunku użyć się maiącego, trzeba pamiętać w wyrażeniu dos i (wzór 5) znak — na + przemienić.

wszy w nię przeszłe wartości, co da: $z = - r \operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{wst} U - r \operatorname{wst} l' \operatorname{dos} U$. Kąt zaś szukany ma za dostawę

$$\frac{z}{r} \text{ czyli } -(\operatorname{dos} l' \operatorname{wst} a \operatorname{wst} U + \operatorname{wst} l' \operatorname{dos} U) = - \operatorname{dos} Q.$$

Widzimy ztąd, że kąt posiłkowy Q w całym ninieyszym rozbiorze użyty, znaczy kąt wynalezionemu przyległy, czyli zawarty między liniią godzinną i skazówką skierowaną wierzchołkiem do bieguna południowego.

Rozbierzemy teraz w szczególności kompasy zamknięte w podziale pierwszym, uważaiąc we wszystkich tylko pòłnocną szerokość: wyprowadzone dla każdego przypadku formuły, łatwo będzie stósować do szerokości południowéy.

§ 16. *Kompas na płaszczyznie pochyłéy zbaczaiącéy, która nie iest równoległą do osi świata.*

W punkcie A. (fig. 10) gdziekolwiek na płaszczyznie kompasu obranym utwierdza się prostopadle do téy płaszczyzny pręcik metallowy AB, maiący długość dostatecznie małą, tak, iżby cień od niego na płaszczyznę w południe rzucony, dosyć wyraźnie się kończył: pręcik ten nazwiemy *stylem*. W momencie południa danym przez południową poziomą na boku wyrysowaną, znaczy się na płaszczyznie, koniec ostateczny cienia rzuconego od styla. Z wierzchołka styla spuszcza się nić z ciężarkiem zaostrzonym, która wyznaczy na płaszczyznie punkt F. Liniia prosta poprowadzona przez punk F i przez punkt wyznaczony za pomocą cienia, będzie południową kompasu. Jeżeli płaszczyzna dana nie iest oświecaną w południe: sposobem §. 5. kreśli się na niéy kierunek linii południowéy; przez punkt F prowadzi się liniia ròwnoległa do nakreślonego kierunku, która będzie południową prawdziwą. *)

Przez punkt A prowadzi się na płaszczyznie liniia AD prostopadła do linii południowéy, wymierza się długość liniy DB, DF, tudzież długość styla AB iak naydokładniéy, a potem wynayduią się kąty b i a za pomocą wyrażeń $\operatorname{sty} b = \frac{DB}{DF}$; $\operatorname{dos} a = \frac{BA}{BD}$.

Podług

*) Sposoby nakreślenia linii południowéy kompasu za pomocą pręcika prostopadłego do płaszczyzny kompasu, są wyłożone w dziełku, *Gnomonique graphique p. Mollet. Paris* 1815, rówme iak sposoby utwierdzania skazòwki, od ktòrych tutay wskazane prawidła tém tylko się ròżnią, że w nich postępuie się rachunkiem.

Podług § 9. mamy $x = x' \cos l' + z' \sin l'$, $y = y'$. Dla skazówki iest $x = 0$, $y = 0$, a zatém $y' = 0$, $x' = - z' \operatorname{tg} l'$. Wziąwszy $z' = DB$, x' będzie wyrażało odległość punktu D od środka C kompasu: powinno więc bydź $DC = - DB \operatorname{tg} l'$. Za pomocą tego równania wyznaczy się punkt C, zachowuiąc względem znaków ilości D B i b prawidła przyięte w § 9. na figurach 6 i 7, to iest:

Jeżeli część linii południowéy postępuiąca z punktu F do do góry, oddala się na północ od linii poprowadzonéy z punktu F do zenit, b bierze się dodatnie: ieżeli zaś rzeczona część linii południowéy od linii poprowadzonéy z punktu F do zenit iest oddalona na południe, b bierze się odiemnie. W obu przypadkach kąt b będzie zawsze ostry: dodawszy b do l wypadek będzie $= l'$. Obròciwszy się twarzą na zachód, liniia D B będzie wychodziła po prawéy albo po lewéy stronie linii połndniowéy: w pierwszym przypadku D B weźmie się dodatnie w drugim odiemnie.

Wyrachowaną długość D C przeniosłszy na liniią południową od punktu D w gòrę albo na dòł, podług tego iak D C dodatne albo odiemne wypadło, otrzymamy punkt C. Pręt metallowy C B utwierdzony w punkcie C i na wierzchołku B styla A B stale oparty, będzie skazówką, ktòréy długość bierze się stòsowna do wielkości kompasu. Przez punkta C i A prowadzi się liniia prosta ktòra będzie podskazòwką.

Wyobraziwszy sobie na poziomie liniią prostą poprowadzoną z punktu M. (fig. 11) do punktu wschodu, ślad M L wyznaczony na poziomie przez część wschodnią płaszczyzny kompasu, oddala się od rzeczonéy linii wschodu na południe albo na północ: w pierwszym przypadku a iest dodatne, w drugim odiemne, z resztą kąt a iest zawsze ostry.

Przez środek C kompasu prowadzi się liniia O' O prostopadła do linii południowéy M'M. Kierunek C O tey prostopadłey leżący na wschodniéy części płaszczyzny, będzie osią dodatnych y'': a część linii południowéy zstępuiąca ze środka C na dół, będzie osią dodatnych x'' i $x_{,,}$. Na linii O' O odmierzaią się dwie przystawy upodobanéy długości C o = C o', a przez końce tych przystaw, prostopadle do O' O prowadzą się dwie liniie o G i o' G' przedłużone nieograniczenie na płaszczyznie kompasu. Dla iednéy z przystaw odmierzonych, n. p. dla przystawy odiemnéy C o' rachuie się za pomocą wzoru (8) odcinek x''; ktòry przeniesiony na prostopadłą o' G' wyżéy albo niżéy od

punktu

punktu o', podług tego iak odiemny albo dodatny z rachunku wypadł, wyznaczy punkt T'. Przez punkta T' i C prowadzi się liniia prosta, ktòréy przedłużenie przetnie prostopadłą G o w punkcie T. Część C T rzeczonéy linii, wskazuiąca godzinę VI w wieczòr, będzie osią dodatnych $y_{,,}$.

Aby nakreślić liniią godziny rannéy oddalonéy od południa o godzin n, w ròwnanie (9) zamiast y'' kładzie się długość przystawy odiemnéy C o', a zamiast E podstawia się $-n. 15^{\circ}$, n. p. $-3. 15^{\circ}$ ieżeli chcemy mieć liniią godziny IX z rana: Wypadły z rachunku odcinek, dodatny w stronę odcinkòw dodatnych, odiemny w stronę odiemnych od punktu T' do g' przeniosłszy, otrzymamy punkt g'; ktòry łącząc ze środkiem C liniią prostą, liniia ta będzie wskazywała IXtą ranną godzinę. Bierze się potém T g = T'g', prowadzi się liniia Cg, ktòra będzie liniią godziny III w wieczòr. Jeżeli dla braku mieysca przedłużenia C T nakreślić nie można; przez punkt g' prowadzi się ròwnoległa do T' C, ktòra przetnie prostopadłą o G na punkcie g należącym do linii godziny III. Tym samym sposobem iak tu dla godziny IX i III, kreślą się liniie dla każdych dwòch godzin rannéy i wieczornéy, ktòrych summa czyni dwanaście. Jeżeli w godzinach blizkich południa odcinki brane na prostopadłych T' G' i T G będą wychodziły za obręby ściany przeznaczonéy na kompas, na linii C O' odmierzy się w tym przypadku przystawa mniéysza od C o' naprzykład $= \frac{1}{2}$ C o' albo $= \frac{1}{4}$ C o' według potrzeby, z końca téy przystawy wyprowadzi się liniia prostopadła do C O', i na tę prostopadłą, od punktu w ktòrym ią liniia C T przecina, przeniosą się odpowiadaiące odcinki, ktòre będą połowami albo czwartemi częściami odcinkòw rachowanych dla przystawy C o'

Liniie godzin bardzo blizkich południa kreślą się dokładniéy za pomocą ròwnania (10) w ten sposòb: Na linii południowéy, po téy stronie punktu C na ktòrą pada cień w południe, odmierza się upodobanéy długości odcinek Cm (ktòry na figurze iest odiemny), i przez punkt m prowadzi się liniia $g g'$ ròwnoległa do linii godziny VI. Zamiast $x_{,,}$ podstawia się w ròwnanie (10) odcinek Cm, i rachuią się dla godzin żądanych odpowiadaiące przystawy $y_{,,}$. Wyrachowane przystawy, przeniesione na linią $g g''$ w należytą stronę od punktu m, końcami swemi wyznaczą na płaszczyznie te punkta, przez ktòre prowadzić potrzeba liniie godzin.

Skoro wyznaczymy liniie wszystkich godzin rannych i wieczornych od południa aż do godziny szóstéy, przedłużaiąc te liniie po drugiéy stronie pun-

ktu

ktū C otrzymamy liniie godzin bardziév oddalonych od południa: liniia n. p. godziny 5téy z rana będzie przedłużeniem linii wskazuiącéy godzinę 5tą po południu; liniia godziny 7éy w wieczór będzie przedłużeniem linii wskazuiącéy godzinę tęż samą z rana.

Wykreśliwszy liniie godzinne, przystępuie się do rysunku liniy dziennych który się uskutecznia za pomocą wzorów (11) i (12), albo za pomocą wzorów podanych w § 15, odmieniaiąc znak głoski p, ieźli wierzchołek skazówki iest obròcony do bieguna pòinocnego.

§ 17. *Kompas wierzchołkowy zbaczaiący.*

Płaszczyzna tego kompasu iest prostopadłą do poziomu mieysca, z płaszczyzną zaś południka nie robi ani kąta prostego, ani kąta zero.

Mamy więc dla tey płaszczyzny $b=0$. Liniia południowa kompasu staie się wierzchołkową, któréy przedłużenie prowadzone ze środka C kompasu do nadir, iest osią odcinków dodatnych x', x'' i $x_{\prime\prime}$. Płaszczyzna na ktòréy leży kąt a, staie się poziomą. Wzory ogòlne stosuią się do ninieyszego przypadku, opuszczaiąc w nich akcent nad l.

1) Jeżeli płaszczyzna dana iest oświecona w południe.
W punkcie A obranym gdziekolwiek na płaszczyznie, utwierdza się prostopadle do niéy styl A B. W momencie południa znaczy się na płaszczyznie ten punkt, na ktòry pada koniec ostateczny cienia rzuczonego od styla. Od punktu wyznaczonego spuszcza się po płaszczyznie nić z ciążarkiem, ktòra wyznacza liniią południową kompasu.

Wynayduie się wielkość zboczenia a, utwierdza się skazòwka i prowadzi podskazòwka, iak w § 16. Od podstawy A styla A B spuszcza się nić z ciężarkiem: ieżeli cień rzucony od styla w południe, padał na płaszczyznę po lewéy stronie nici rzeczonéy, a będzie dodatne; ieżeli zaś cień wspomniony padał na prawą stronę nici, a będzie odiemne. Oznaczenie ninieysze znaku kąta a, który będzie zawsze ostry, gruntuie się na sposobie rachowania iego przyiętym w § 9 na figurze ósméy.

2) Jeżeli płaszczyzna dana nie iest oświecona w południe, kreśli się na niéy liniia południowa, wymierza się zboczenie a, i utwierdza skazòwka za pomocą sposobów wskazanych w §§ 5 i 6; wynayduie się znak kąta a iak w kompasie poprzedzaiącym.

W obu

W obu przypadkach kreślą się liniie godzin, wyznacza się długość cienia i rysuią się liniie dzienne według prawideł podanych w § 16: opuszczaiąc akcent nad l we wszystkich ogólnych wzorach, których użyć wypadnie.

§ 18. *Kompas pochyły na wschód albo na zachód.*

Jeżeli płaszczyzna pochylona do poziomu przecina się z nim w linii prostéy, przechodzącey przez punkta północy i południa, kompas zrysowany na tey płaszczyznie nazywamy *pochyłym na wschód albo na zachód.*

Wzory ogólne stósuią się do ninieyszego przypadku kładąc w nich $b = -90°$ i odmieniaiąc znak głoski p. Tym sposobem skazówka obraca się wierzchołkiem do bieguna północnego; oś odcinków x' bierze położenie południowéy kompasu, która iest liniią poziomą: a kierunek dodatny tey osi wychodzi ze środka C na północ; oś dodatnych z' idzie z tegóż środka do zenit: kąt a leży na płaszczyznie wierzchołkowey prostopadłey do południka, i wymierza pochyłość płaszczyzny kompasu do poziomu.

Utwierdziwszy na płaszczyznie danéy styl A B (fig. 10), spuszcza się z iego wierzchołka nić z ciężarkiem; przez punkt F, na który pada ciężarek, prowadzi się na płaszczyznie liniia pozioma, która będzie południową kompasu. Punkt F schodzi się tu z punktem D.

Wymierzaią się długości B A i B F, a potém rachuie się pochyłość a przez wyrażenie dos $a = \frac{BA}{BF}$. Wynaleziony kąt a zawsze ostry bierze się dodatnie albo odiemnie podług tego, iak nić B F pada po prawéy albo po lewéy stronie styla, skoro obrócimy się twarzą na północ.

Na l[illegible] południowéy kompasu od punktu F w stronę południa odmierza się długość $FC = BF \text{ dot } l$; w końcu ostatecznym C téy długości utwierdzony pręt metallowy i wsparty na wierzchołku styla, będzie skazówką. Przez punkta C i A prowadząc liniią prostą, otrzymamy podskazówkę.

Kreślą się liniie godzinne za pomocą wzorów

$$x'' = -y'' \text{ wst } a \text{ dot } l \qquad (8) \qquad\qquad x_{,,} = \frac{y'' \text{ dos } a}{\text{wst } l} \text{ dot } E \qquad (9)$$

tym samym sposobem iak w § 16: należy tylko pamiętać, że oś dodatnych x'' i $x_{,,}$ wychodzi ze środka C kompasu na północ.

Kąty

Kąty E', i, rachuią się przez wzory

$$\text{sty}\,E' = \frac{-\text{sty}\,a}{\text{dos}\,l} \quad (4) \qquad \text{wst}\,i = \text{dos}\,a\,\text{wst}\,l \quad (5).$$

kąt E' będzie zawsze ostry, dodatny albo odiemny podług tego, iak a będzie odiemne albo dodatne: kąt zaś i będzie zawsze ostry dodatny. (*)

Długość cienia wyznacza się za pomocą równań

$$\text{sty}\,Q = \frac{\text{sty}\,i}{\text{dos}(E-E')} \quad (11) \qquad R = \frac{p\,\text{dos}\,d}{\text{dos}(Q-d)} \quad (12).$$

A ieżeli liniie dzienne, które przez równania dopiero napisane wyznaczaią się punktami, za pomocą wzorów podanych w § 13. nakreślać zechcemy, trzeba w tych wzorach tylko znak głoski p odmienić.

§ 19. We wszystkich kompasach których płaszczyzny są prostopadłe do południka, a które teraz uważać będziemy, $a = 0$; a zatém $U' = a$, $U'' = 0$. Przerobienia współrzędnych zależące od kątów rzeczonych, giną, i mamy $z''' = z'' = z'$, $x''' = x_{,,} = x'' = x' =$, $y''' = y_{,,} = y'' = y'$. Podskazówka zbiega się cała z liniią południową kompasu, którą linia godziny szóstéy prostopadle przecina.

§ 20. *Kompas poziomy.*

Wzory dla kompasu poziomego wypadaią z wzorów § 18, kładąc w tych ostatnich

---

(*) Wzory (3) i (5) w § 12, położywszy w nich $b = -90°$, daią dla kompasu o którym mówimy $\text{sty}\,U' = -\text{sty}\,l\,\text{wst}\,a$, $\text{dos}\,i = \frac{\text{dos}\,l}{\text{dos}\,U'}$. l nie przechodzi 90° i iest zawsze dodatne; bo mówimy o szerokości tylko północnéy. Sty U' będzie odiemna, gdy a będzie dodatne: lecz kąt U' nie bierze się w tym razie roztwarty ale ostry odiemny, i znaczy, że oś dodatnych x''' leży na zachodniév części płaszczyzny kompasu. Stąd wypada, że dos i będzie zawsze dodatna, a zatém kąt i zawsze ostry.

(**) Aby niniéysze równania wyprowadzić z równań (11) i (12) w § 15, trzeba w równaniu ostatniém znak p odmienić; potém zaś w obudwóch zamiast Q położyć spełnienie tego kąta. Przez tę drugą odmianę, równania rzeczone staią się wygodniéyszemi do rachunku, a Q wyraża teraz kąt zawarty między skazówką skierowaną wierzchołkiem do bieguna północnego i cieniem od niéy rzuczonym.

statnich wzorach $a=0$. Dla téy wartości kąta a płaszczyzna pochyła na wschód albo na zachód staie się poziomą. Oś dodatnych x'' wychodzi ze środka kompasu na pòłnoc; oś dodatnych y'' wychodzi z tegoż środka do punktu wschodu, i iest liniią godziny szóstéy w wieczòr. Skazówka iest skierowana wierzchołkiem do pòłnocnego bieguna.

Nakreśliwszy środkiem płaszczyzny południową (§ 3), w punkcie iakimkolwiek A tey linii, prostopadle do płaszczyzny, należy wbić styl A B, wymierzyć iego wysokość, a potém od podstawy A w stronę południa odmierzyć na linii południowéy długość A C=A B dot l: w punkcie ostatecznym C tey długości wbity pręt metallowy i przytwierdzony do wierzchołka styla, będzie skazòwką.

Liniie godzinne kreślą się za pomocą wzoru

$$y''=x'' \text{wst}\, l\, \text{sty}\, E \qquad (9)$$

w sposób następuiący. Na linii południowéy od środka kompasu ku pòłnocy odmierza się odcinek dodatny x'' upodobanéy długości, i z końca tego odcinka wyprowadza się na płaszczyznie prostopadła do linii południowéy. Na prostopadłą wyprowadzoną, w należytą stronę od linii południowéy, przenosi się wyrachowana dla godziny danéy, odpowiadaiąca odcinkowi odmierzonemu przystawa y'' przez którey koniec i przez środek kompasu pociągniona liniia prosta, odbierać będzie cień o godzinie danéy. Przenosząc tę samę przystawę y'' na prostopadłą po drugiey stronie linii południowéy, nakreślimy liniią godziny oddalonéy od południa o tén sam przeciąg czasu iak godzina dana. W godzinach bliskich godziny szóstéy dla których wyrachowane przystawy y'' są dłuższe od szerokości płaszczyzny, trzeba na ośi y'' odmierzyć przystawę y'' upodobanéy długości, i szukać dla tey przystawy odcinków odpowiadaiących godzinom które mieć chcemy.

Kąt i staie się $=l$, a wzory przez które wyznacza się długość cienia, są:

$$\text{sty}\, Q=\frac{\text{sty}\, l}{\text{dos} E} \qquad (11) \qquad\qquad R=\frac{p \,\text{dos}\, d}{\text{dos}(Q-d)} \qquad (12).$$

Z tego co w § 13 mòwiło, ròwnie iak z wzorów dopiero napisanych okazuie się, że koniec cienia rzuconego od skazówki, opisuie na poziomie Ellipsę, gdy $(l+d) > 90°$: warunek ninieyszy ma mieysce tylko w pasach zimnych pod czas bawienia się słońca po tey saméy stronie ròwnika, po którey leżą rzeczone pasy. Ellipsa zamienia się w Parabolę, skoro $(l+d)=90°$: co

także

dzinie rzeczonéy było na płaszczyźnie $Z\,S$ Kompasu; stąd znaydziemy dzień tego pobytu. O téy saméy godzinie, przez wszystkie dni w których $D < P\,S'''$, słońce oświéca tylko stronę północną; przez wszystkie zaś dni w których $D > P\,S'''$, słońce oświéca tylko południową stronę teyże płaszczyzny $Z\,S$. Jeżeli Q wypadnie mnieysze od 66° 32′; strona północna płaszczyzny nie będzie nigdy oświeconą o godzinie danéy.

Za pomocą dwóch powyższych równań, można wynaleźć dzień w którym słońce naywcześniéy zaczyna, i dzień w którym naypóźniéy przestaie oświécać stronę południową płaszczyzny kompasu.

W równaniu drugiém zamiast Q położywszy ważność którą ma D w dniu danym; $\text{dos}\,(E-E') = \frac{-\text{sty}\,i}{\text{sty}\,Q}$ da wartość kąta $(E-E')$, do którey odiemnie i dodatnie wziętéy dodaiąc ze swoim znakiem kąt E', otrzymamy godzinę ranną o której słońce w dniu danym opuszcza stronę północną, a zaczyna oświécać stronę południową płaszczyzny kompasu; i godzinę wieczorną, o któréy w tymże dniu przestaie oświécać stronę południową rzeczonéy płaszczyzny, a wschodzi na iéy stronę północną. Trwanie oświécenia iednéy strony płaszczyzny wierzchołkowéy zbaczaiącéy, iest zawsze krótsze od 12stu godzin.

§. 28. Południe prawdziwe które wyznacza skazówka rzuceniem cienia na liniią godziny XIItéy na kompasie, różni się w ogólności mniéy lub więcéy od południa czasu sredniego. Lecz, ponieważ wiémy o wiele minut i sekund południe średnie każdego dnia wprzód albo późniéy od południa prawdziwego przypada, możemy po obu stronach linii godziny XIIstéy, każdego dnia wyznaczyć kierunek i długość cienia rzuconego w momencie południa średniego. Łącząc z sobą wyznaczonych tym sposobem cieniów ostateczne końce które po sobie następuią, wykreślimy na płaszczyźnie kompasu liniią krzywą, z kształtu swoiego do 8 podobną, która się *południową czasu średniego* nazywa. Liniia ta przecina południową prawdziwą czyli liniią godziny XIIstey w czterech punktach, odpowiadaiących cztérem dniom roku, w których południe średnie schodzi się w iedno z południem prawdziwém.

Aby na płaszczyźnie danéy wyznaczyć ten punkt, na który pada koniec cienia od skazówki, w momencie południa średniego w dniu danym **N**:

Z roczni-

Z rocznika astronomicznego wypisuie się różnica między południem prawdziwém a południem średniém dnia N: niech różnica ta, wyrażona przez pewną liczbę minut i sekund czasu średniego, będzie *m*.

Jlość *m*, wzięta ze znakiem —, ieżeli południe średnie przypada przed południem prawdziwém, ze znakiem zaś +, gdy południe średnie następuie po południu prawdziwém, mnoży się przez 15; i tym sposobem na łuk obrócona podstawia się zamiast *E* w równanie liniy godzinnych (np. we wzór 10. §. 15. ieżeli płaszczyzna dana iest wierzchołkowa zbaczaiąca) a wykonany rachunek da położenie linii, na którą pada cień od skazówki w południe średnie dnia N.

W równaniu (11.) zamiast *E* kładzie się ten sam łuk $\mp$ 15 *m*, i wynayduie się kąt odpowiadaiący Q. W równanie (12.) zamiast *Q* podstawia się wynaleziona tego kąta wartość, a zamiast *d*, kładzie się zboczenie słońca, wzięte z rocznika astronomicznego dla południa prawdziwego w dniu N, ze znakiem + gdy zboczenie to iest północne, ze znakiem zaś — gdy iest południowe; i rachuie się ważność *R*.

Wyrachowana długość *R* przenosi się od środka kompasu na liniią godzinną wprzód narysowaną: ostateczny koniec tey długości, będzie punktem należącym do linii południowéy czasu średniego.

Jeżeli dla zboczenia *d* o którém się mówiło, liniia dzienna iuż wprzód narysowaną została; tedy punkt w którym ią przetnie liniia prosta odpowiadaiąca południowi średniemu dnia N, będzie ostatecznym końcem długości cienia, któréy się za pomocą równania (12) szukało.

Taż sama liniia południowa czasu średniego zwykła się także następuiącym sposobem wykreślać.

1). Rysuią się płaszczyźnie danéy dwie liniie proste CG, CG' (*fig.* 12) nieograniczonéy długości, z których piérwsza CG wskazuie godzinę 12go + 16', druga zaś CG' godzinę 12go — 16'. Ponieważ południe średnie nawięcéy o 16' 16" czasu od południa prawdziwego różnić się może; dwie liniie dopiero narysowane, obeymą sobą liniią południową czasu średniego i ten łuczek linii dziennéy, który nam wyznaczyć potrzeba, abyśmy przez przecięcie się iego z liniią godzinną wskazuiącą południe średnie, mogli otrzymać punkt należący do linii południowéy czasu średniego.

2).

2). Za pomocą ròwnania (11), podstawiaiąc koleyno $+4°$, $0°$, $-4°$ zamiast E, rachuią się trzy wielkości kąta Q, należące koleyno do liniy CG, CM, i CG'.

Aby potém wyznaczyć na płaszczyźnie punkt linii południowéy czasu średniego, odpowiadaiący zboczeniu danemu d:

3). We wzòr (12) zamiast Q podstawiaią się koleyno trzy wartości tego kąta wyżéy otrzymane, a zamiast d kładzie się wartość dana, i rachuią się trzy wielkości R, które będą długościami cienia, w zboczeniu słońca danèm, o godzinach $12^{go}+16'$, $12^{go}+0'$, i $12^{go}-16'$.

4). Wyrachowane długości R przenoszą się na właściwe sobie liniie godzinne, i znaczą się tychże długości ostateczne końce r', r, r'': końce te należyć będą do krzywéy dziennéy, którą nakreśla koniec cienia w zboczeniu danèm. Dwa punkta r' i r'' łączą się z trzecim r liniiami prostemi; będą te liniie cięciwami krzywéy dziennéy, i za sam łuczek téy linii uważać się mogą.

5). Kreślą się na płaszczyźnie danéy dwie liniie godzinne, wskazuiące południe średnie w dwóch dniach, w których zboczenie słońca ma wielkość daną d; dwa punkta w których się te dwie liniie przetną z cięciwami rr' i rr'', należyć będą do linii południowéy czasu średniego.

Drugi ten sposób kreślenia linii południowéy średniego czasu wymaga mniéy rachunku; wszystko albowiem o czem się mówiło pod liczbami 1. 2., raz tylko się robi: nadto w zastósowaniu formuł zdarzą się liczne przypadki, w których iednego ze trzech punktów rachować nie będzie potrzeba.

W kompasie poziomym zwykło się tylko szukać długości cienia w południe prawdziwe dnia danego: z końca téy długości wyprowadza się liniia prostopadła do linii godziny 12stéy, a punkt w którym się ta prostopadła przecina z liniią godzinną wskazuiącą południe średnie w dniu danym, bierze się za punkt należący do linii południowéy czasu średniego.

Skoro dnia iakiego, skazówka kompasu rzuci cień na liniią godziny 12téy w ten sposób, że koniec tego cienia padnie na spólne przecięcie téy linii z liniią południową czasu średniego; ustawmy natychmiast skazòwkę zegara ściennego z wahadłem, albo też skazówkę zegarka kieszonkowego, doskonale na godzinie 12téy: ieżeli zegary te maią bieg, iak należy, iednostayny; tedy każdego dnia w roku powinny wskazywać zupełnie 12tą godzinę w tym momencie, w którym koniec cienia na kompasie, znayduie się na iednym punkcie linii południowéy średniego czasu.

PRZYPISY.

Do §. 3. Biegun północny P (*fig.* 1.), środek słońca S i nadgłownik Z, połączone łukami kół wielkich, tworzą na kuli nieba tróykąt kulisty PSZ, którego trzema bokami są: odległość nadgłownika od bieguna którą nazwiemy $90^\circ l$, wyrażaiąc przez l szérokość ieograficzną gnomonu; odległość słońca od bieguna północnego, którą nazwiemy D; i odległość słońca od nadgłownika, którą nazwiemy Z. Z trzech kątów tróykąta, kąt godzinny ZPS oznaczymy przez E, kąt zaś PZS przez $180^\circ - A$, wyrażaiąc przez A azymut MZS rachowany od południka z południa ku północy do ZS. Płaszczyzna $ZSCc$, przesunięta przez gnomon pionowy przedłużony myślą do Z, i przez środek słońca S, iest tą płaszczyzną, na któréy spólne przecięcie z poziomem, pada cień gnomonu: iest więc kąt mCc, zawarty między cieniem i częścią linii południowéy wychodzącą z punktu C na północ, równy kątowi A. Wziąwszy wysokość gnomonu za iedność, sty Z będzie wyrażała długość cienia Cc.

Znana w Trygonometryi formuła daie dos $A = \frac{\text{dos}\, Z \,\text{wst}\, l - \text{dos}\, D}{\text{wst}\, Z \,\text{dos}\, l}$. Z wyrażenia tego, w którém l dla tego samego mieysca iest zawsze stałe, widzimy, że dwa cienie rano i w wieczór równą długość maiące, tylko w ten czas nachylaią się równo do linii południowéy, a tém samém linia ta przez środek niemi obiętego łuku przechodzi, gdy D w momencie obserwacyi cienia wieczornego ma też samę wielkość, iaką miało w momencie obserwacyi cienia rannego. Warunek ten tylko w przesileniach dnia z nocą za dopełniony uważać się może: w każdym innym czasie, chcąc kierunek linii południowéy poziomey wyznaczyć dokładnie, trzeba znać różnicę azymutu cienia wieczornego, od azymutu cienia rannego, równego w długości cieniowi tamtemu. Różnica ta iest zawsze mała; bo w trwaniu zachodzącém między dwiema obserwacyami, D mało się odmienia: można więc przestać na różniczce, szukaiąc: o wiele się dos A odmienia w skutek odmiany D, gdy l i Z stateczne zostaią. Robiąc to, otrzymuiemy

$$-\text{d}A \,\text{wst}\, A = \frac{\text{d}D \,\text{wst}\, D}{\text{wst}\, Z \,\text{dos}\, l}, \text{ a stąd } \text{d}A = -\frac{\text{d}D \,\text{wst}\, D}{\text{wst}\, Z \,\text{dos}\, l \,\text{wst}\, A}:$$

$$\text{aże } \frac{\text{wst}\, D}{\text{wst}\, Z} = \frac{\text{wst}\, A}{\text{wst}\, E}, \text{ więc będzie także}$$

$$\text{d}A = -\frac{\text{d}D}{\text{dos}\, l \,\text{wst}\, E}.$$

E zna-

E znaczy kąt godzinny w łuku, rachowany od południa aż do momentu obserwacyi cienia; dD znaczy, o wiele urosła odległość słońca od bieguna północnego, od chwili obserwacyi cienia rannego, aż do chwili obserwacyi cienia wieczornego; dA wyraża przewyżkę azymutu cienia wieczornego nad azymut cienia rannego. Znak odiemny wyrażenia dA pokazuie, że gdy się słońce do bieguna północnego przybliża, azymut cienia w wieczór uważanego, iest większy od azymutu cienia uważanego z rana; iest zaś od niego mnieyszy, gdy się słońce od bieguna północnego oddala. W piérwszym razie, trzeba kierunek cienia wieczornego wstecz ku cieniowi rannemu o dA cofnąć; w drugim razie, trzeba przeciwnie tenże kierunek o dA od cienia rannego odsunąć, aby otrzymać drugi koniec łuku przez którego środek liniia południowa prowadzić się powinna.

Bieg słońca w zboczeniu na iednę godzinę, nazwiymy dd; t' niech wyraża czas w którym cień dotykał się okręgu w wieczór, t zaś niech wyraża czas w którym cień dotykał się tegoż okręgu z rana: a tak $(t'-t)$ będzie przeciągiem czasu w godzinach i ich częściach wyrażonym, który między obserwacyami dwóch cieniów równych upłynął; $\frac{15}{2}(t'-t)$ będzie dostatecznie wyrażała wielkość kąta E w czasie; nakoniec $(t'-t)$ dd będzie równe dD. Oznaczywszy ieszcze przez R długość cienia, czyli promień okręgu, którego się dotykały cienie; poprawka azymutu cienia w wieczór uważanego będzie

$$\mathrm{d}A = \frac{R(t'-t).\,\mathrm{d}{:}d.\ \mathrm{wst}\ 1''}{\mathrm{dos}\ l.\ \mathrm{wst}\ \frac{15}{2}(t'-t)}.$$

dA iest teraz łuczkiem wyrażonym w częściach swoiego promienia. Znak odmienił się dla tego, że poprawka powinna bydź wziętą w kierunku przeciwnym wzrostowi azymutu, aby ten wzrost zniszczyła. Przeciąg czasu $(t'-t)$ dosyć będzie mierzyć na zegarku zwyczaynym który godziny i minuty skazuie. Będziemy więc mogli zawsze wyrachować łuczek dA, byleśmy każdego dnia, znali bieg słońca w zboczeniu na iednę godzinę: bieg ten skazuie następuiąca tablica, dla tego na rok wtóry po przestępnym wyrachowana, aby na wszystkie lata bez wyiątku służyła.

Bieg

Bieg godzinny w zboczeniu czyli dd.

Miesiące i dni		bieg godzinny	różnica na 10 dni	Miesiące i dni		bieg godzinny	różnica na 10 dni
Styczeń	1	— 12". 62	— 11". 09	Lipiec	10	+ 18". 96	+ 9". 16
	11	23. 71	9. 91		20	28. 12	8. 21
	21	33. 62	8. 46		30	36. 33	6. 96
	31	42. 08	6. 76	Sierpień	9	43. 29	5. 46
Luty	10	48. 84	5. 03		19	48. 75	4. 75
	20	53. 87	3. 38		29	53. 50	3. 00
Marzec	2	57. 25	1. 62	Wrzesień	8	56. 50	1. 71
	12	58. 87	— 0. 21		18	58. 21	+ 0. 33
	22	59. 08	+ 1. 29		28	58. 54	— 1. 17
Kwiecień	1	57. 79	2. 79	Październik	8	57. 37	2. 75
	11	55. 00	4. 04		18	54. 62	4. 29
	21	50. 96	5. 63		28	50. 33	6. 04
May	1	45. 33	6. 91	Listopad	7	44. 29	7. 71
	11	38. 42	8. 05		17	36. 58	9. 29
	21	30. 37	9. 04		27	27. 33	10. 62
	31	21. 33	9. 87	Grudzień	7	16. 71	11. 50
Czerwiec	10	11. 46	10. 24		17	+ 5. 21	11. 75
	20	— 1. 22	10. 29		27	— 6. 54	11. 71
	30	+ 9. 07	9. 89	Styczeń	6	18. 25	

W tablicy téy, d*d* odiemne znaczy, że azymut cienia w wieczór uważanego, poprawką zmnieyszyć, to iest, kierunek tego cienia ku cieniowi u-ważanemu z rana cofnąć potrzeba; zaś d*d* dodatne skazuie, iż tenże azymut poprawką powiększyć, to iest, cień wieczorny od cienia rannego odsunąć należy.

Przykład. W mieyscu którego szérokość ieograficzna północna iest 50° 4', uważano 15 Sierpnia, z rana i po południu, dwa cienie dotykaiące się okręgu koła, którego promień miał metr długości. Od dotknięcia okręgu przez

przez cień ranny, aż do dotknięcia tegoż przez cień wieczorny, upłynęło 6 godzin. Więc $t'-t=6$; $15(t'-t)=45°$. $R=1000$ millimetrów. $l=50°\ 4'$.

9tego Sierpnia d*d* iest...+43". 29	*L*.wst 1"........ 4.68557—10
różnica na 6 dni + 3". 276	*L*.46 566 . . . . 1.66807
15go Sierpnia d*d* iest...+46". 566	*L*. 6 . . . . 0.77815
	L. 1000 . . . 3.00000
	C.L.dos 50° 4'... 0.19254
	C.L.wst 45° . . 0.15051
	L d *A* . . . 0.47484
	d$A=+2^{m}.^{m}9843$

Więc w tym dniu, zaczynaiąc od punktu *c'* w którym koniec cienia uważanego w wieczór, dotykał się okręgu, odmierzono na tym okręgu łuczek *c'c"* prawie 3 millimetry długi, i wyznaczono tym sposobem punkt *c"*. Poczém łuk *c"c* podzielono na dwie równe części w punkcie *m*: przez punkt *m* i przez punkt C który iest środkiem nakreślonych okręgów, poprowadzono liniią prostą C*m*; liniia ta była południową prawdziwą. Liniia południowa narysowana sposobem wyłożonym w §. 3., bez uczynienia poprawki, byłaby od linii południowéy prawdziwéy ku cieniowi rannemu o ½ d*A* zbaczała.

Branie cieniów zwykło się rozciągać do trzech a naywięcéy do cztérech godzin przed południem i tyleż po południu. Cienie bardzo bliskie południa są niepewne; bo w ten czas ich długość zmienia się bardzo małemi stopniami: nie biorą się znowu w wysokościach słońca bliskich poziomu; w tych albowiem prócz znacznéy zmiany zboczenia słońca, refrakcya mogłaby ieszcze na zmianę długości rannego i wieczornego cienia nie wpływać w iednakowym sposobie; gdy tymczasem równe działania refrakcyi w równych wysokościach z rana i popołudniu, w teoryi poprawki przypuszczone zostało.

Do §. 6. Skazówka zwykła się częstokroć zakończać blaszką, maiącą w środku swoim dziurkę okrągłą: na płaszczyźnie téy blaszki myślą przedłużonéy powinna się znaydować cała skazówka tak, żeby liniia prosta poprowadzona od punktu wbicia skazówki w płaszczyznę kompasu, do środka dziurki w blaszce, zupełnie się ze skazówką zbiegała. Czasem używa się saméy tylko blaszki okrągłéy: sposób iakim sobie w tym razie w nakreśleniu linii południowéy i w wyznaczeniu środka kompasu postąpić należy, iest podobny do sposobów iuż wyżéy podanych. Tak np. na płaszczyźnie wiérzchołkowéy

zba-

zbaczaiącéy którą słońce podczas południa oświéca, utwierdziwszy na podporach metallowych blaszkę; w momencie południa skazanym przez linią południową poziomą w bliskości narysowaną, naznaczylibyśmy obwód elliptyczny światełka rzuconego od słońca dziurką okrągłą zrobioną w blaszce; a przez środek wyznaczonéy ellipsy narysowawszy na płaszczyźnie danéy linią wierzchołkową, linia ta byłaby południową kompasu. Że środka B dziurki w blaszce spuściwszy prostopadłą do linii południowéy, i długość téy prostopadłéy zawartą między punktem B i punktem D w którym linią południową spotyka, zmierzywszy, od punktu D do góry postępuiąc wzięlibyśmy na linii południowéy długość równą B D sty l; a koniec téy długości byłby środkiem C przyszłego kompasu. Środek dziurki przepuszczaiącéy światełko na linie godzinne i dzienne zastępowałby w tym razie wiérzchołek skazówki, któréy drugi koniec trzeba było w punkcie C utwierdzić: linia B C czyli długość domyślnéy skazówki byłaby równa $\frac{B\,D}{\text{dos}\,l}$.

Przy nadawaniu ważności zboczeniu d w rysunku liniy dziennych użyć się maiącéy chcąc sobie z większą dokładnością postąpić, dosyć będzie uważać, że środek światełka przepuszczonego dziurką blaszki na płaszczyznę kompasu, znayduie się na przedłużeniu promienia słonecznego przechodzącego przez środek dziurki i słońca. Gdy skazówka iest bez blaszki, koniec ostateczny cienia znayduie się zawsze na przedłużeniu promienia słonecznego, przechodzącego przez wiérzchołek skazówki i przez brzeg słońca naybliższy iednego z równikowych biegunów, który w każdym przypadku łatwo iest wyznaczyć.

PRZYKŁAD

Przystosuiemy teraz formuły podane, uskuteczniaiąc za pomocą nich rachunek kompasu o którym się w §. 17. mówiło. Mur na którego doskonale płaskiéy, pionowéy i podczas południa oświecanéy ścianie kompas rysować chcemy, stoi pod szerokością ieograficzną 48° 12'; iest więc $l = 84°, 12'$. Część wschodnia téy ściany od takiéyże części płaszczyzny którą wiérzchołkową piérwszą zowiemy, zbacza na północ o 10° 12'; zaczém w tym przypadku iest $a = -10°\ 12'$.

Równanie piérwsze §. 27., położywszy w niém zamiast U, azymut ściany wzięty od punktu południa a równy 100^s 12', pokazuie, że w kreśleniu

liniy

liniy godzinnych nie ma potrzeby postępować daley od południa iak do $E = -98^\circ\, 38'$ i $E = +82^\circ\, 22'$; to iest, słońce naywcześniéy zaczyna rano, a naypóźniéy przestaie w wieczór oświecać ścianę o 5 go 29'.

W następuiących rachunkach L' znaczy dopełnienie logarytmu, a znak — położony nad cechą logarytmu znaczy cechę odiemną. Podziałką któréy tu używamy, iest liniia długości iednego metru podzielona na 5000 części równych: wszystkie wymiary, które na ścianę wypadnie przenosić, są wyrażone w częściach tego gatunku.

Rachunek równania $x'' = y''$ wst a sty l (8).

Wziąwszy $y'' = 1^m = 5000$ części podziałki, będzie

$L.$ wst $10^\circ\, 12'$	9.2481811—10
$L.$ sty $48^\circ\, 12'$	10.0486124—10
	9.2967935—10 = $L.$sty U''; więc $U'' = -11^\circ\, 12'\, 10''$.
$L.$ 5000	3.6989700
$L.\ x''$	2.9957635

ieżeli więc przystawę y'' weźmiemy odiemną, będzie $x'' = +990$.

Liniie innych godzin zacząwszy od południa wykreślimy za pomocą wzoru (10)

$$y_{,,} = \frac{x_{,,} \operatorname{dos} l}{\operatorname{dos} U'' \operatorname{dos} a} \operatorname{sty} E:$$

Wziąwszy $x_{,,} = 5000$ części podziałki i współczynnika stałego $\frac{x_{,,} \operatorname{dos} l}{\operatorname{dos} U'' \operatorname{dos} a}$ nazwawszy k, będzie

$L.\ x_{,,}$	3.6989700
$L.$dos$l$	$\bar{1}$.8238213
L'dosU''	0.0083950
L' dos a	0.0069186
$L.\ k$	3.5381049

Godzi-

Godziny wieczórne		Godziny ranne		E		Rachunek wielkości k sty E		y,,
og.	15'	11g.	45'	±3°	45'	L. k	3.5381049	± 226
						L. sty E	2.8165204	
						L. y,,	2.3540543	
0.	30	11.	30	7°	30	L. k.	3.5381049	455
						L sty E	1.1195918	
						L. y,,	2.6576967	
og.	45	11g	15'	±11°	15'	L. k	3.5381049	± 687
						L. sty E	1.2986618	
						L. y,,	2.8367667	
1.	0	11.	0'	15.	0	L. k	3.5381049	925
						L. sty E	1.4280525	
						L. y,,	2.9661574	
1.	15	10.	45	18.	45	L. k	3.5381049	1175
						L sty E	1.5307813	
						L. y,,	3.0688862	
1.	30	10.	30	22.	30	L. k	3.5381049	1430
						L sty E	1.6172243	
						L. y,,	3.1553292	
1.	45	10.	15	26.	15	L. k	3.5381049	1703
						L. sty E	1.6929750	
						L. y,,	3.2310799	
2.	0	10.	0	30.	0	L. k	3.5381049	1993
						L. sty E	1.7614394	
						L. y,,	3.2995443	

Godzi-

Godziny wieczórne		Godziny ranne		E		Rachunek wielkości k sty E.		$y_{,,}$
2.	15	9.	45	33.	45	L. k	3.5381049	2307
						L. sty E	1.8248926	
						$L. y_{,,}$	3.3629975	
2.	30	9.	30	37.	30	L. k	3.5381049	2649
						L. sty E	1.8849805	
						$L. y_{,,}$	3.4230854	
2.	45	9.	15	41.	15	L. k	3.5381049	3028
						L. sty E	1.9429879	
						$L. y_{,,}$	3.4810928	
3.	0	9.	0	45.	0	$L. y_{,,} = L. k$		3452
3.	15	8.	45	48.	45	L. k	3.5381049	3937
						L. sty E	0.0570121	
						$L. y_{,,}$	3.5951170	
3.	30	8.	30	52.	30	L. k	3.5381049	4499.
						L. sty E	0.1150195	
						$L. y_{,,}$	3.6531244	

Przystawy dla godzin następuiących nie dadzą się iuż odmierzyć na płaszczyźnie kompasu, ktòréy szerokość tylko dwa metry wynosi; trzebaby więc odcinek $x_{,,}$ pomniéyszyć. Te same atoli liniie mogą się wykreślić dogodniéy za pomocą wzoru (19) $x_{,,} = \frac{y'' \text{dos}\, a}{\text{dos}\, l \text{ sty}\, E}$:
obrawszy sobie przystawę y'' ròwną 5000 części podziałki i wziąwszy ią dodatnie dla godzin wieczornych, odiemnie dla godzin rannych, będzie

$L. y''$ —	3.6989700
L. dos a	1.9930814
L'. dos l	0.1761787
L. k'	3.8682301

Godziny wieczorne		Godziny ranne		E		Rachunek wielkości k'. dot E		$x_{,,}$
3g.	45'	8g.	15'	±56°.	15'	L k'	3.8682301	+ 4933
						L. sty E	0.1751074	
						L. $x_{,,}$	3.6931227	
4.	0	8.	0	60.	0	L. k'	3.8682301	4263
						L. sty E	0.2385606	
						L. $x_{,,}$	3.6296695	
4.	15	7.	45	63.	45	L. k'	3.8682301	3641
						L. sty E	0.3070250	
						L. $x_{,,}$	3.5612051	
4.	30	7.	30	67.	30	L. k'	3.8682301	3058
						L. sty E	0.3827757	
						L. $x_{,,}$	3.4854544	
4.	45	7.	15	71.	15	L. k'	3.8682301	2506
						L. sty E	0.4692187	
						L. $x_{,,}$	3.3990114	
5.	0	7.	0	75.	0	L. k'	3.8682301	1978
						L. sty E	0.5719475	
						L. $x_{,,}$	3.2962826	
5.	15	6.	45	78.	45	L. k'	3.8682301	1469
						L. sty E	0.7013382	
						L. $x_{,,}$	3.1668919	
		6.	30	—82.	30	L. k'	3.8682301	972
						L. sty E	0.8805709	
						L. $x_{,,}$	2.9876592	
		6.	15	86.	15	L. k'	3.8682301	484
						L. sty E	1.1834706	
						L. $x_{,,}$	2.6847595	
		5.	45	93.	45			—484
		5.	30	97.	30			972.

Za pomocą przystaw i odcinków dopiero wyrachowanych kreślą się linije godzinne sposobem podanym w §. 16., to iest: Odmierza się na samprzód przystawa odiemna Co' fig. 13. ieden metr długa, potém zaś odcinek dodatny o' VI. równy 990 części podziałki; a liniia CVI będzie osią odiemnych $y_{,,}$ z którą się zbiega cień od skazówki o godzinie 6téy poranney. Na linii południowéy bierze się odcinek dodatny Cm ieden metr długi, odcina się VI $g' = Cm$: przez punkta g' i m prowadzi się liniia prosta $g'g$, na którą się przenosi każda z przystaw wyrachowanych $y_{,,}$: od punktu m na wschód i na zachód. Przez końce tych przystaw i przez środek C prowadzą się liniie proste, które będą liniiami godzin. Doszedłszy do $E = 56° \; 15'$ postępuie się daley w ten sposób: Odcina się $Co = Co'$ i prowadzi się liniia $o\,g$ prostopadła do oC. Na linii $o'g'$ zaczynaiąc zawsze od punktu VI. i zstępuiąc na dół, przenoszą się odcinki dodatne $x_{,,}$; tak np. odcinek 4263 przenosi się od punktu VI do punktu VIII, a liniia C VIII należyć będzie do godziny osmey z rana. Ponieważ linii VI C na drugą stronę punktu C, dla braku mieysca, przedłużyć nie można, przeto tenże sam odcinek 4263 odmierza się na linii południowéy od punktu C na dół; przez koniec tak odmierzonego odcinka i przez punkt VIII prowadzi się liniia prosta, która przecięciem się swoiém z prostopadłą $o\,g$ wyznaczy punkt IV; z tego punktu poprowadziwszy do środka C liniią prostą CIV, liniia ta będzie wskazywała godzinę czwartą w wieczór. Co do odcinków odiemnych te przeniosą się na liniią $g'o'$ od punktu VI do góry.

Podobnymże sposobem można nakreślić podskazówkę za pomocą wzoru (10) i równania (4) $\text{sty}\,E' = \frac{\text{sty}\,a}{\text{wst}\,l}$.

$$
\begin{array}{ll}
L.\,\text{sty}\,a & 9.2550997-10 \\
L.\,\text{wst}\,l & 0.1275663 \\
\hline
 & 9.3826660-10 = L.\,\text{sty}\,E;\ \text{zaczém}\ E' = -13°\ 34'\ 9'' \\
L.\,k & 3.5381049 \\
\hline
L.\,y_{,,} & 2.9207709
\end{array}
$$

; więc $y_{,,} = -833$. Przeniósłszy tę przystawę od punktu m na liniią $m\,g'$, a przez koniec tak przeniesionéy przystawy i przez punkt C poprowadziwszy liniią prostą, będziemy mieli podskazówkę czyli oś dodatnych x'''. Kąt który robi podskazówka z liniią południową czyli U' iest $= -8° \; 59' \; 49''$.

Dla

Dla znalezienia kąta i trzeba obrachować równanie wst $i =$ dos a dos l.

$L.$ dos a	9.9930814—10	
$L.$ dos l	9.8238213—10	
$L.$ wst i	9.8169027—10	$i = 40° 59' 43''$,

Wyrażenie dos $i = -\frac{\text{wst}\, l}{\text{dos}\, U'}$ pokazuie, że kąt i powinien bydź spełnieniem do piero napisanéy wartości: przyiąwszy więc tę wartość trzeba będzie we wszystkich formułach w które dos i wchodzi, znak téyże odmienić.

Ponieważ naywiększa wartość d iest 23° 27' 40'', więc summa $(i+d)$ będzie zawsze mniéysza od 90°, a stąd wypada że krzywe dzienne będą hyperbolami. Na kompasie wykreślono tylko te linie dzienne, które opisuie koniec cienia w ten czas, gdy słońce wstępuie w początek każdego z dwónastu znaków zwierzyńca. Przypuściwszy że słońce wstępuiąc w znak Raka i Koziorożca to iest w przesileniach dnia z nocą na początku lata i zimy ma zboczenie równe 23° 27' 40'', i nadawszy skazówce długość równą $\frac{5}{4}$ metru czyli 6250 części podziałki; dla wyznaczenia punktów należących do dwóch liniy nakreślanych końcem cienia podczas przesileń, z równaniami (11). i (12). §. 15. trzeba odprawić następuiące rachunki.

Godzimy	$E - E'$	Rachunek kąta Q za pomocą wzoru sty $Q = \frac{\text{sty}\, i}{\text{dos}(E-E')}$	Długość cieniów podczas przesilenia letniego $R = \frac{p\, \text{dos}\, d}{\text{dos}(Q+d)}$	Długość cieniów podczas przesilenia zimowego $R = \frac{p\, \text{dos}\, d}{\text{dos}(Q-d)}$
og: 0'	$E = 0$	Podług formuły (13.) iest sty $Q =$ dot l czyli $Q = 90° - l$; a zatém $Q + d = 90° - (l-d)$ dos $(Q+d) =$ wst $(l-d)$ dos $(Q-d) =$ wst $(l+d)$.	$p = 6250.$ $L.p$ 3.7958800 $L.$ dos d 9.9625258 $L'.$ wst $(l-d)$ 0.3783215 $L. R$ 4.1367273 $R =$ C ♋ $=$ 13700	$L.p$ 3.7958800 $L.$ dos d 9.9625258 $L'.$ wst $(l+d)$ 0.0226365 $L. R$ 3.7810423 $R =$ C ♑ $=$ 6040
0. 15	$E = 3° 45'. 0''$ $-E' + 13. 34. 9$ $E-E'$ 17°. 19' 9''	$L.$ sty i 9.9390908 L' dos $(E-E')$ 0.0201507 $L.$ sty Q 9.9592415 $Q = 42°$ 19'	$L.p$ dos d 13.7584058 $L.$dos$(Q+d)$ .6130[illegible] $L. R$ 4.1455289 $R =$ 13974	$L.p$ dos d 13.7584058 $L.$dos $(Q-d)$ 9.9760455 $L. R$ 3.7823603 $R =$ 6058
11.45	$E - 3°. 45'. 0''$ $-E + 13. 34. 0$ $E-E'$ 9°. 49 9''	$L.$ sty i 9.9390908 $L'.$ dos$(E-E')$ 0.0064091 $L.$ sty Q 9.9454999 $Q = 41°$ 24' 50''	$L.p$ dos d 13.7584058 $L.$dos$(Q+d)$ [illegible]44 $L. R$ 4.1[illegible]1314 $R =$ 13503	$L.p$ dos d 13.7584058 $L.$dos $(Q-d)$ 9.9783225 $L. R$ 3.7800833 $R =$ 6027

Tymże samym sposobem rachuiąc daléy długość cienia na liniiach innych ieszcze godzin, wyznaczemy na płaszczyźnie kompasu więcéy punktów; które połączywszy z sobą, otrzymamy hyperbolę o dwóch odnogach, w których iedna należyć będzie do przesileń letnich, druga do przesileń zimowych. Podobnież kreślą się hyperbole odpowiadaiące innym znakóm, kładąc w formułach zamiast d nie iuż 23° 27′ 40″, ale wartość iaką ma zboczenie słońca znayduiącego się na ekliptyce w odległości równéy 30° i 60°, od punktu równonocnego rachuiąc. Odmierzywszy nareszcie na podskazówce długość $x''' = \frac{p}{\cos i} = 8281$, i przez koniec téy długości poprowadziwszy liniią prostopadłą do podskazówki; prostopadła ta będzie liniią równonocną kompasu.

Nakoniec punkta z których połączenia powstała liniia południowa średniego czasu wyznaczone zostały sposobami podanemi wyżéy. Obrawszy sobie np. w Roczniku Astronomicznym Berlińskim na rok 1819 w miesiącu Listopadzie zboczenie słońca południowe równe 20° 2′; z tego co iest położone w tym samym wierszu w kolumnie obok po lewéy ręce; dochodzimy że południe średnie przypada późniéy od prawdziwego o 13′ 48″; więc $E = -3°.\ 27'$. Położywszy tę wartość zamiast E we wzorze (10), znaydziemy przystawę $y_{,,} = -208$, zapomocą któréy narysuiemy liniią prostą, z którą się zbiega cień od skazówki w momencie południa średniego: przystawa dopiero wyrachowana odpowiada odcinkowi Cm; gdybyśmy zaś wzięli odcinek dwa razy większy od Cm, przystawa na linii przez koniec tego nowego odcinka poprowadzonéy odmierzyć się maiąca, byłaby też od wynalezionéy także dwa razy większa. We wzorach (11) i (12) położywszy zamiast E powyższą wartość to iest $-3°\ 27'$, a zamiast d, $-20°\ 2'$, znaydziemy na samprzód $Q = 41°\ 26'26''$, a potém $R = 6307$: koniec téy długości, przeniesionéy od środka kompasu na liniią godzinną dopiero narysowaną, będzie punktem należącym do linii południowéy czasu średniego, odpowiadaiącym zboczeniu słońca użytemu w rachunku.